

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

DOUTORAMENTO EM MATEMÁTICA APLICADA À ECONOMIA E À GESTÃO

SECTORIZAÇÃO DE REDES EM PROBLEMAS COM PROCURA NOS ARCOS E LIMITAÇÕES DE CAPACIDADE

ANA CATARINA DE CARVALHO NUNES

Orientação: Doutora Maria Cândida Vergueiro Monteiro Cidade Mourão

Júri:

Presidente – Reitor da Universidade Técnica de Lisboa

Vogais – Doutor José Manuel Vasconcelos Valério de Carvalho, professor catedrático da Escola de Engenharia da Universidade do Minho;

Doutora Margarida Maria Gonçalves Vaz Pato, professora catedrática do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Doutor Luís Eduardo Neves Gouveia, professor associado da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa;

Doutora Maria Cândida Vergueiro Monteiro Cidade Mourão, professora auxiliar do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Doutora Leonor Almeida Leite Santiago Pinto, professora auxiliar do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa.

Maio de 2009

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

DOUTORAMENTO EM MATEMÁTICA APLICADA À ECONOMIA E À GESTÃO

SECTORIZAÇÃO DE REDES EM PROBLEMAS COM PROCURA NOS ARCOS E LIMITAÇÕES DE CAPACIDADE

ANA CATARINA DE CARVALHO NUNES

Orientação: Doutora Maria Cândida Vergueiro Monteiro Cidade Mourão

Júri:

Presidente – Reitor da Universidade Técnica de Lisboa

Vogais – Doutor José Manuel Vasconcelos Valério de Carvalho, professor catedrático da Escola de Engenharia da Universidade do Minho;

Doutora Margarida Maria Gonçalves Vaz Pato, professora catedrática do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Doutor Luís Eduardo Neves Gouveia, professor associado da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa;

Doutora Maria Cândida Vergueiro Monteiro Cidade Mourão, professora auxiliar do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Doutora Leonor Almeida Leite Santiago Pinto, professora auxiliar do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa.

Maio de 2009

À Margarida e ao Miguel

RESUMO

O problema de sectorização e rotas nos arcos (SARP) é definido para modelar as actividades associadas às ruas de zonas urbanas, como sendo o caso da recolha municipal de resíduos sólidos. Com o SARP pretende obter-se uma partição da rede de ruas em sectores e construir um conjunto de viagens em cada sector, minimizando a duração total das viagens. São apresentadas formulações para o SARP, conhecidas por formulações de fluxos por utilizarem variáveis de fluxo. Estas formulações têm a vantagem de impedir a formação de viagens ilegais usando um número polinomial de restrições, em alternativa às habituais restrições de eliminação de subcircuitos, que são em número exponencial. Com base nestas formulações são determinados limites inferiores para o valor óptimo do SARP e, para instâncias de baixa dimensão, são obtidas soluções óptimas. São propostas duas heurísticas em duas fases e uma heurística de melhor inserção, com várias versões cada. Nas heurísticas em duas fases, na fase 1 constroem-se os sectores usando duas heurísticas possíveis, enquanto que na fase 2 é resolvido um problema de rotas com procura nos arcos e restrições de capacidade num grafo misto (MCARP) para determinar as viagens em cada sector. A heurística de melhor inserção determina os sectores e as viagens em simultâneo. Para além do custo da solução, os algoritmos são comparados usando outros critérios de avaliação, tais como o desequilíbrio, o diâmetro e medidas da dispersão. São mostrados e analisados os resultados obtidos para três conjuntos de instâncias, incluindo instâncias de grandes dimensões com até 401 nodos e 1056 ligações (arcos ou arestas).

Palavras-chave: sectorização, problema de rotas com procura nos arcos e restrições de capacidade, grafo misto, formulações, limites inferiores, heurísticas

SUMMARY

The Sectoring-Arc Routing Problem (SARP) is introduced to model activities associated with the streets of large urban areas, like municipal waste collection. The aim is to partition the street network into a given number of sectors and to build a set of vehicle trips in each sector, to minimize the total duration of the trips. SARP formulations using flow variables, known as flow formulations, are given. One of the advantages of this type of formulation is that it involves a polynomial number of constraints to eliminate illegal trips, instead of the usual subtour elimination constraints, which are in exponential number. From these formulations lower bounds for the SARP are derived and, for small instances, optimal solutions are obtained. Two two-phase heuristics and one best insertion method are proposed. In the two-phase methods, phase 1 constructs the sectors using two possible heuristics, while phase 2 solves a Mixed Capacitated Arc Routing Problem (MCARP) to compute the trips in each sector. The best insertion method determines sectors and trips simultaneously. In addition to solution cost, some evaluation criteria such as imbalance, diameter and dispersion measures are used to compare algorithms. Numerical results on large instances with up to 401 nodes and 1056 links (arcs or edges) are reported and analysed.

Key words: districting, capacitated arc routing problem, mixed graph, formulations, lower bounds, heuristics

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, à Professora Cândida Mourão, minha orientadora, pela disponibilidade e interesse constantes. Também pelo encorajamento na escolha do tema tratado. As sugestões e críticas que fez, a troca de pontos de vista, assim como todo o material que pôs à minha disposição, foram fundamentais para a construção desta tese.

Ao Professor Christian Prins, que acompanhou de perto a realização deste trabalho, pelo contributo que deu, quer ao nível da discussão de ideias, quer pelas implementações de algoritmos que me facultou.

Ao Centro de Investigação Operacional da Universidade de Lisboa pela possibilidade que me deu de apresentar o trabalho desenvolvido em conferências internacionais e também pelo material informático disponibilizado. Ao GRICES, ao abrigo do Programa Pessoa, pelas facilidades concedidas para deslocações fora do país a reuniões de trabalho, nomeadamente com os professores Christian Prins e Philippe Lacomme.

À Professora Leonor Santiago Pinto pela preciosa ajuda na implementação das formulações. Ao Professor Sérgio Barreto, por me ter desvendado alguns “segredos” do CPLEX.

Aos meus colegas e amigos Anabela, Marias João, Teresa e Zé Manel, por terem sido uma peça muito fundamental ao longo dos últimos anos, pelo encorajamento, companheirismo e dedicação demonstrados. A muitos outros colegas e amigos pelo incentivo.

Por último, à minha família, por todo o suporte dado. Aos meus pais e à D. Otilia pela generosa colaboração no auxílio aos meus filhos. Aos meus irmãos e muitos outros familiares por todas as palavras de estímulo. Em especial ao Zé Carlos, pela sua constante presença e apoio, sem os quais teria sido difícil concluir esta tese. Aos meus filhos, Margarida e Miguel, pela partilha e por me terem “desarrumado” as ideias durante algumas horas por dia.

GLOSSÁRIOS

Glossário de símbolos

A	conjunto dos arcos do grafo G , indexados de 1 a $ A $
A^*	conjunto dos arcos do grafo G^*
A_R^*	conjunto dos arcos com procura do grafo G^*
A'	conjunto dos arcos do grafo G'
A'_{s-}	conjunto dos arcos artificiais do grafo G' que têm s' como nodo final, associados aos arcos que têm s como nodo final
A'_{s+}	conjunto dos arcos artificiais do grafo G' que têm s' como nodo inicial, associados aos arcos que têm s como nodo inicial
B	valor óptimo de um BPP
$b(u)$	nodo inicial do arco u
c	índice para circuito
$cost(\star)$	custo (duração) de \star
d_u	duração do arco u em vazio
D_{uv}	D-dist entre u e v
E^*	conjunto das arestas do grafo G^*
E_R^*	conjunto das arestas com procura do grafo G^*
E_{uv}	E-dist entre u e v
$e(u)$	nodo final do arco u
F	formulação base do SARP
G	multigrafo totalmente orientado, versão orientada do grafo G^*
G^*	multigrafo misto

G'	multigrafo aumentado totalmente orientado, obtido a partir do grafo G
G_R	multigrafo de procura associado ao grafo G
G'_R	multigrafo de procura associado ao grafo G'
$IC(r, i, u)$	custo de inserção da tarefa u na viagem r , a seguir ao elemento i
$IC^*(k, u)$	melhor custo de inserção de u numa viagem (vazia ou não) do sector k
$inv(u)$	arco inverso do arco u se ambos representam uma aresta com procura (c.c. $inv(u) = 0$)
\bar{J}	relaxação em programação linear de um modelo J
k	índice para sector
K	número de sectores
L	limite de duração do serviço num sector
M	valor óptimo de um SSP
m	número de arcos do grafo G
m^*	número de ligações (arcos ou arestas) do grafo G^*
N	conjunto dos nodos do grafo G^* e do grafo G
n	número de nodos do grafo G^* e do grafo G
N'	conjunto dos nodos do grafo G'
N_k	conjunto dos nodos internos do sector k
N_R	conjunto dos nodos extremos dos arcos de R , nodos do grafo G_R
P	número máximo de viagens por sector
Q_T	procura total
Q_\star	procura das tarefas em \star
q_u	procura do arco u
R	conjunto dos arcos com procura do grafo G ; arcos que codificam as tarefas do grafo G^*
R_\star	conjunto dos arcos com procura em \star
R'	conjunto dos arcos com procura do grafo G'
R_k	conjunto dos arcos com procura do sector k

RF	formulação reforçada do SARP
s	nodo depósito
s'	nodo artificial do grafo G' , que representa uma cópia do nodo depósito s
S	sectorização; partição em sectores
t_u	duração do arco u em serviço
u	índice para arco
u'	arco artificial associado ao arco u
U_{uv}	U-dist entre os arcos u e v
v	índice para arco
$v(J)$	valor óptimo de um modelo J
W	capacidade de cada veículo
X	solução do SARP, formada por K sectores e por um conjunto de viagens para cada sector
$\Gamma^-(i)$	conjunto dos arcos de A' que têm $i \in N'$ como nodo final
$\Gamma^+(i)$	conjunto dos arcos de A' que têm $i \in N'$ como nodo inicial
$\Gamma_{R'}^-(i)$	conjunto dos arcos com procura em $\Gamma^-(i)$
$\Gamma_{R'}^+(i)$	conjunto dos arcos com procura em $\Gamma^+(i)$
λ	duração de cada descarga de um veículo
σ	lacete-depósito (<i>depot-loop</i>), arco fictício que representa o depósito
$ \star $	cardinal do conjunto \star
$\lceil \star \rceil$	menor inteiro maior ou igual a \star
\square	fim de prova ou de exemplo

Glossário de abreviaturas

ARP	problema de rotas com procura nos arcos (<i>Arc Routing Problem</i>)
BIE	estimativa de duração do serviço usando melhor inserção (<i>Best Insertion Estimate</i>)
BIH	heurística de melhor inserção (<i>Best Insertion Heuristic</i>)
BPP	problema de empacotamento (<i>Bin-Packing Problem</i>)

CARP	ARP com restrições de capacidade (<i>Capacitated Arc Routing Problem</i>)
CMST	árvore de suporte de custo mínimo com capacidades (<i>Capacitated Minimum Spanning Tree</i>)
CPP	problema do carteiro chinês (<i>Chinese Postman Problem</i>)
CST	regra de selecção de nodos (em CTH) escolhendo o mais próximo da tarefa-semente (<i>Closest to Seed-Task</i>)
CTE	estimativa de duração do serviço usando tempos de recolha (<i>Collecting Time Estimate</i>)
CTH	heurística de sectorização de tarefas em circuitos (<i>Circuit of Tasks Heuristic</i>)
DK	parâmetro de CTH e BIH para a distância a usar na selecção da tarefa (<i>Distance Kind</i>)
EM	heurística para o MCARP (<i>Extended Merge</i>)
EPS	heurística para o MCARP (<i>Extended Path Scanning</i>)
EquiDist	regra de selecção de tarefas-semente equidistantes ao depósito
EU	heurística para o MCARP (<i>Extended Ulusoy</i>)
GRP	problema de rotas com procura nos nodos e nos arcos (<i>General Routing Problem</i>)
KP	problema de saco-mochila (<i>0-1 Knapsack Problem ou Binary Knapsack Problem</i>)
LRP	problema de localização-distribuição (<i>location-routing problem</i>)
MaxDist	regra de selecção de tarefas-semente que maximiza a distância entre elas
MCARP	CARP misto (<i>Mixed CARP</i>)
MDC	regra de selecção de nodos (em CTH) usando circuitos de procura mínima (<i>Maximum Demand Circuit</i>)
NRP	problema de rotas com procura nos nodos (<i>Node Routing Problem</i>)
NSR	parâmetro de CTH para a regra de selecção de nodos (<i>Node Selection Rule</i>)
RH	parâmetro de TPH para a heurística de MCARP a usar na fase 2 (<i>Routing Heuristic</i>)

RPP	problema do carteiro rural (<i>Rural Postman Problem</i>)
SARP	problema de sectorização e rotas nos arcos (<i>Sectoring-Arc Routing Problem</i>)
SH	parâmetro de TPH para a heurística de sectorização a usar na fase 1 (<i>Sectoring Heuristic</i>)
SSP	problema de <i>subset sum</i> (<i>Subset Sum Problem</i>)
SSR	parâmetro de CTH para a regra de selecção de sementes (<i>Seeds Selection Rule</i>)
STH	heurística de sectorização de tarefas individuais (<i>Single Task Heuristic</i>)
TP	problema de transportes (<i>Transportation Problem</i>)
TPH	heurística em duas fases (<i>Two-Phase Heuristic</i>)
TPH(CTH)	heurística em duas fases com a heurística de sectorização CTH na fase 1
TPH(STH)	heurística em duas fases com a heurística de sectorização STH na fase 1
TSP	problema do caixeiro viajante (<i>Travelling Salesman Problem</i>)
VRP	NRP com restrições de capacidade (<i>Vehicle Routing Problem</i>)
WE	parâmetro de CTH para a estimativa da duração dos sectores (<i>Workload Estimate</i>)

Glossário de termos

arco	ligação do grafo G^* ; arco do grafo G ; troço de rua de sentido único
arco-tarefa	arco com procura do grafo G^* ; troço de rua de sentido único onde é necessária recolha
aresta	ligação do grafo G^* ; troço de rua de dois sentidos
aresta-tarefa	aresta com procura do grafo G^* ; troço de rua de dois sentidos onde é necessária recolha
D-dist	medida de proximidade entre arcos, respeitando viragens proibidas
depósito	local de partida e de chegada dos veículos; estação de despejo dos resíduos

E-dist	medida de proximidade entre arcos, baseada na distância euclidiana
fase 1	fase de sectorização da heurística em duas fases TPH
fase 2	fase de construção de rotas da heurística em duas fases TPH
lacete-depósito	lacete (arco) fictício que representa o depósito
ligação	troço de rua; arco ou aresta de um grafo misto
percurso num grafo orientado	sequência de arcos onde o nodo final de cada arco coincide com o nodo inicial do arco seguinte
serviço (de um veículo)	conjunto de viagens realizadas por um mesmo veículo
<i>slpr</i>	15 instâncias do SARP, obtidas a partir das instâncias <i>lpr</i> do M-CARP
<i>slpr-01</i>	24 instâncias do SARP, obtidas a partir das instâncias <i>slpr</i>
<i>smval</i>	34 instâncias do SARP, obtidas a partir das instâncias <i>mval</i> do M-CARP
tarefa	ligação com procura de G^* ; arco com procura de G ; troço de rua onde é necessária recolha
tarefa-semente	tarefa a partir da qual pode ser formado um sector
tripulação	motorista e restantes tripulantes de um veículo
U-dist	versão não orientada de D-dist
viagem	percurso de um veículo, desde que este sai do depósito até lá voltar para descarregar, incluindo a descarga
viragem (de u para v)	o percurso do arco u é imediatamente sucedido do percurso do arco v

Conteúdo

Lista de Tabelas	xviii
Lista de Figuras	xix
1 Introdução	1
2 Revisão de Literatura	5
2.1 Problema da determinação de rotas nos arcos (ARP)	5
2.2 Problema de sectorização	10
2.2.1 Caracterização geral do problema	11
2.2.2 Aplicações abordadas na literatura	14
2.2.3 Sectorização sobre as ligações de uma rede	33
2.3 Recolha de resíduos	35
2.3.1 Motivação para o estudo da gestão da recolha de resíduos	36
2.3.2 A sectorização na recolha de resíduos	37
2.3.3 Estudo integrado da sectorização e obtenção de viagens	38
2.3.4 Aplicações descritas na literatura	40
3 Problema de Sectorização e Rotas nos Arcos (SARP)	43
3.1 Introdução	43
3.2 Definição do problema e notação	46
3.2.1 Multigrafo misto	46
3.2.2 Modelação em rede	47
3.2.3 Viragens proibidas e medidas de proximidade	50

3.2.4	Sectores, viagens e soluções	51
3.3	Complexidade do SARP	53
3.4	Instâncias do SARP	53
3.4.1	Instâncias <i>smval</i>	54
3.4.2	Instâncias <i>slpr</i>	54
3.4.3	Instâncias <i>slpr-01</i>	57
3.5	Exemplo	59
4	Formulações e Limites Inferiores	61
4.1	Introdução	62
4.2	Formulação base – F	64
4.3	Modelo reforçado – RF	71
4.3.1	Desigualdades válidas	72
4.3.2	Eliminação de soluções alternativas	76
4.3.3	Formulação RF	77
4.3.4	Comparação com o modelo base F	78
4.3.5	Resultados sobre RF	81
4.4	Relaxações do SARP	85
4.4.1	Relaxação da existência de sectores	86
4.4.2	Relaxação da individualização de viagens	88
4.4.3	Comparação das relaxações em programação linear de RF e ARF	91
4.5	Resultados computacionais	94
4.5.1	Dimensão das formulações F , RF e ARF para as instâncias usadas em testes	95
4.5.2	Resultados obtidos para o SSP	95
4.5.3	Resultados obtidos para o BPP	98
4.5.4	Testes preliminares	98
4.5.5	Limites inferiores	100
4.6	Conclusões	106
5	Heurísticas para o Problema de Sectorização e Rotas nos Arcos	109
5.1	Princípios gerais dos métodos heurísticos	110

5.1.1	Inicialização de sectores	110
5.1.2	Seleção de sectores e estimativas para a duração	111
5.2	Métodos em duas fases	113
5.2.1	Princípio de funcionamento	113
5.2.2	Heurística de tarefas em circuitos (CTH)	113
5.2.3	Heurística de tarefa simples (STH)	122
5.2.4	Heurísticas para o MCARP	124
5.2.5	Estrutura geral de TPH	125
5.3	Heurística de melhor inserção (BIH)	125
5.3.1	Semelhanças entre BIH e TPH(STH)	127
5.4	Avaliação de partições	127
5.5	Resultados computacionais	130
5.5.1	Introdução	130
5.5.2	Teste da heurística em duas fases com CTH – TPH(CTH)	132
5.5.3	Teste da heurística em duas fases com STH – TPH(STH)	137
5.5.4	Teste da heurística de melhor inserção – BIH	141
5.5.5	Comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH	144
5.6	Conclusões	158
6	Conclusões	161
A	Resultados detalhados das heurísticas para instâncias <i>smval</i>	165
A.1	TPH(CTH)	165
A.2	TPH(STH)	191
A.3	BIH	203
B	Resultados detalhados das heurísticas para instâncias <i>slpr</i>	205
B.1	TPH(CTH)	205
B.2	TPH(STH)	214
B.3	BIH	222
	Referências Bibliográficas	225

Lista de Tabelas

3.1	Características das instâncias <i>smval</i>	55
3.2	Características das instâncias <i>slpr</i>	56
3.3	Características das instâncias <i>slpr-01-21</i>	58
3.4	Características das instâncias <i>slpr-01-23</i>	58
3.5	Características das instâncias <i>slpr-01-34</i>	58
3.6	Características das instâncias <i>slpr-01-25%21</i>	58
4.1	Solução óptima para RF (Exemplo 4.2)	82
4.2	Solução óptima para \overline{RF} (Exemplo 4.2)	82
4.3	Solução óptima para \widehat{RF} (Exemplo 4.2)	83
4.4	Solução óptima para \widetilde{RF} (Exemplo 4.2)	84
4.5	Solução óptima do MCARP (Exemplo 4.2)	87
4.6	Solução óptima da relaxação ARF (Exemplo 4.2)	90
4.7	Solução óptima do SARP (Exemplo 4.1)	91
4.8	Solução admissível para a relaxação ARF (Exemplo 4.1)	91
4.9	Dimensão das formulações F , RF e $ARF - smval$	96
4.10	Dimensão das formulações F , RF e $ARF - slpr$	96
4.11	Dimensão das formulações F , RF e $ARF - slpr-01$	97
4.12	Solução óptima do SSP – <i>slpr-01-21</i> e <i>slpr-01-25%21</i>	98
4.13	Efeito das restrições adicionais em $F - smval$	99
4.14	Efeito das restrições adicionais em $F - slpr$	100
4.15	Limites inferiores – <i>smval</i>	103

4.16	Limites inferiores – <i>slpr</i>	103
4.17	Limites inferiores – <i>slpr-01</i>	104
5.1	Iterações para CTH(MaxDist,CTE,CST)	120
5.2	Viagens (EM) para sectores obtidos com CTH(MaxDist,CTE,CST) . .	121
5.3	Parâmetros usados pelas heurísticas	130
5.4	Combinações de parâmetros para TPH(CTH)	133
5.5	Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – <i>smval</i>	133
5.6	Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – <i>slpr</i>	136
5.7	Combinações de parâmetros para TPH(STH)	137
5.8	Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – <i>smval</i>	138
5.9	Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – <i>slpr</i>	140
5.10	Combinações de parâmetros para BIH	141
5.11	Média e máximo por critério e versão de BIH – <i>smval</i>	142
5.12	Média e máximo por critério e versão de BIH – <i>slpr</i>	143
5.13	Custos, desvios e tempos para as heurísticas – <i>smval</i>	146
5.14	Desequilíbrio, diâmetro e dispersão para as heurísticas – <i>smval</i>	147
5.15	Diferença de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH) – <i>smval</i> . .	147
5.16	Custos, desvios e tempos para as heurísticas – <i>slpr</i>	151
5.17	Desequilíbrio, diâmetro e dispersão para as heurísticas – <i>slpr</i>	151
5.18	Diferença de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH) – <i>slpr</i> . . .	151
5.19	Custos, desvios e tempos para as heurísticas – <i>slpr-01</i>	154
5.20	Desequilíbrio, diâmetro e dispersão para as heurísticas – <i>slpr-01</i>	155
5.21	Diferença de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH) – <i>slpr-01</i> .	155
A.1	Tempos e critérios de avaliação com C1111 – <i>smval</i>	166
A.2	Tempos e critérios de avaliação com C1112 – <i>mval</i>	167
A.3	Tempos e critérios de avaliação com C1113 – <i>mval</i>	168
A.4	Tempos e critérios de avaliação com C1121 – <i>mval</i>	169
A.5	Tempos e critérios de avaliação com C1122 – <i>mval</i>	170
A.6	Tempos e critérios de avaliação com C1123 – <i>mval</i>	171

A.7	Tempos e critérios de avaliação com C1211 – <i>mval</i>	172
A.8	Tempos e critérios de avaliação com C1212 – <i>mval</i>	173
A.9	Tempos e critérios de avaliação com C1213 – <i>mval</i>	174
A.10	Tempos e critérios de avaliação com C1221 – <i>mval</i>	175
A.11	Tempos e critérios de avaliação com C1222 – <i>mval</i>	176
A.12	Tempos e critérios de avaliação com C1223 – <i>mval</i>	177
A.13	Tempos e critérios de avaliação com C2111 – <i>mval</i>	178
A.14	Tempos e critérios de avaliação com C2111 – <i>mval</i>	179
A.15	Tempos e critérios de avaliação com C2112 – <i>mval</i>	180
A.16	Tempos e critérios de avaliação com C2113 – <i>mval</i>	181
A.17	Tempos e critérios de avaliação com C2121 – <i>mval</i>	182
A.18	Tempos e critérios de avaliação com C2122 – <i>mval</i>	183
A.19	Tempos e critérios de avaliação com C2123 – <i>mval</i>	184
A.20	Tempos e critérios de avaliação com C2211 – <i>mval</i>	185
A.21	Tempos e critérios de avaliação com C2212 – <i>mval</i>	186
A.22	Tempos e critérios de avaliação com C2213 – <i>mval</i>	187
A.23	Tempos e critérios de avaliação com C2221 – <i>mval</i>	188
A.24	Tempos e critérios de avaliação com C2222 – <i>mval</i>	189
A.25	Tempos e critérios de avaliação com C2223 – <i>mval</i>	190
A.26	Tempos e critérios de avaliação com S1111 – <i>mval</i>	191
A.27	Tempos e critérios de avaliação com S1112 – <i>mval</i>	192
A.28	Tempos e critérios de avaliação com S1113 – <i>mval</i>	193
A.29	Tempos e critérios de avaliação com S1211 – <i>mval</i>	194
A.30	Tempos e critérios de avaliação com S1212 – <i>mval</i>	195
A.31	Tempos e critérios de avaliação com S1213 – <i>mval</i>	196
A.32	Tempos e critérios de avaliação com S2111 – <i>mval</i>	197
A.33	Tempos e critérios de avaliação com S2112 – <i>mval</i>	198
A.34	Tempos e critérios de avaliação com S2113 – <i>mval</i>	199
A.35	Tempos e critérios de avaliação com S2211 – <i>mval</i>	200
A.36	Tempos e critérios de avaliação com S2212 – <i>mval</i>	201

A.37	Tempos e critérios de avaliação com S2213 – <i>mval</i>	202
A.38	Tempos e critérios de avaliação com B11 – <i>smval</i>	203
A.39	Tempos e critérios de avaliação com B21 – <i>smval</i>	204
B.1	Tempos e critérios de avaliação com C1111, C1112 e C1113 – <i>slpr</i> . . .	206
B.2	Tempos e critérios de avaliação com C1121, C1122 e C1123 – <i>slpr</i> . . .	207
B.3	Tempos e critérios de avaliação com C1211, C1212 e C1213 – <i>slpr</i> . . .	208
B.4	Tempos e critérios de avaliação com C1221, C1222 e C1223 – <i>slpr</i> . . .	209
B.5	Tempos e critérios de avaliação com C2111, C2112 e C2113 – <i>slpr</i> . . .	210
B.6	Tempos e critérios de avaliação com C2121, C2122 e C2123 – <i>slpr</i> . . .	211
B.7	Tempos e critérios de avaliação com C2211, C2212 e C2213 – <i>slpr</i> . . .	212
B.8	Tempos e critérios de avaliação com C2221, C2222 e C2223 – <i>slpr</i> . . .	213
B.9	Tempos e critérios de avaliação com S1111, S1112 e S1113 – <i>slpr</i>	214
B.10	Tempos e critérios de avaliação com S1121, S1122 e S1123 – <i>slpr</i>	215
B.11	Tempos e critérios de avaliação com S1211, S1212 e S1213 – <i>slpr</i>	216
B.12	Tempos e critérios de avaliação com S1221, S1222 e S1223 – <i>slpr</i>	217
B.13	Tempos e critérios de avaliação com S2111, S2112 e S2113 – <i>slpr</i>	218
B.14	Tempos e critérios de avaliação com S2121, S2122 e S2123 – <i>slpr</i>	219
B.15	Tempos e critérios de avaliação com S2211, S2212 e S2213 – <i>slpr</i>	220
B.16	Tempos e critérios de avaliação com S2221, S2222 e S2223 – <i>slpr</i>	221
B.17	Tempos e critérios de avaliação com B11 e B12 – <i>slpr</i>	222
B.18	Tempos e critérios de avaliação com B21 e B22 – <i>slpr</i>	223

Lista de Figuras

3.1	Grafo totalmente orientado (G)	59
4.1	Grafo aumentado G' (Exemplo 4.1)	79
4.2	Grafo aumentado G' (Exemplo 4.2)	81
5.1	Grafo equilibrado (G_B)	115
5.2	Grafo equilibrado e sectores resultantes para CTH(MaxDist,CTE,CST)	121
5.3	Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – <i>smval</i>	134
5.4	Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – <i>slpr</i>	135
5.5	Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – <i>smval</i>	138
5.6	Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – <i>slpr</i>	140
5.7	Média e máximo por critério e versão de BIH – <i>smval</i>	142
5.8	Média e máximo por critério e versão de BIH – <i>slpr</i>	143
5.9	Critérios por instância com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – <i>smval</i> . .	148
5.10	Critérios por instância com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – <i>slpr</i> . . .	152
5.11	Critérios por instância com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – <i>slpr-01</i> .	156

Capítulo 1

Introdução

O tema subjacente a este trabalho foi motivado por um problema prático e bem conhecido dos municípios: a recolha de resíduos urbanos porta-a-porta. Com esta tese pretende dar-se um contributo do ponto de vista dos modelos e dos métodos de resolução relacionados com o estudo integrado da sectorização da região de recolha e da elaboração das viagens dos veículos dentro de cada sector. Tanto quanto se sabe, até à data da publicação desta tese, este é o único trabalho que aborda a sectorização de redes mistas em que a procura pode verificar-se apenas para um subconjunto das suas ligações. Deve notar-se que a aplicabilidade do presente trabalho não se restringe ao problema prático que o motivou. Com efeito, qualquer situação em que se pretenda a partição dos troços de rua em sectores e a determinação das viagens a servir em cada sector poderá ter subjacente o mesmo modelo.

No Capítulo 2, começa por fazer-se uma descrição resumida dos problemas de rotas de veículos em que as actividades a desenvolver estão associadas aos arcos. A seguir descreve-se o problema de sectorização e um conjunto alargado de aplicações apresentadas na literatura. A recolha de resíduos é também referida.

O problema de sectorização e rotas nos arcos, ou SARP, é definido no Capítulo 3, modelando a elaboração de sectores e a determinação de viagens dentro de cada sector. Este problema é definido com o intuito de que contemple situações reais, e por isso

considera-se que a rede subjacente ao SARP é mista, com a possibilidade de existirem ruas paralelas e viragens proibidas. A complexidade do SARP é também deduzida. A partir de dois conjuntos de instâncias para o problema de rotas com procura nos arcos e restrições de capacidade em redes mistas (MCARP), são construídos três grupos de instâncias para o SARP, incluindo instâncias com centenas de nodos e mais de mil tarefas.

No Capítulo 4 são, pela primeira vez, descritas formulações matemáticas e deduzidos limites inferiores para o SARP. Estas formulações são conhecidas por formulações de fluxos uma vez que se recorre a variáveis de fluxo para escrever as condições que impedem a formação de viagens ilegais. Estas restrições são em número polinomial, sendo por isso uma vantagem em relação às habituais restrições de eliminação de subcircuitos, que são em número exponencial. Os limites inferiores obtidos a partir destas formulações são analisados e comparados com outros limites inferiores, nomeadamente com aqueles que se obtêm a partir do MCARP, que é uma relaxação do SARP em que deixam de estar definidos sectores.

Uma vez que se pretende que o SARP modele situações reais e que este problema é de difícil resolução, tornou-se imperioso desenvolver heurísticas que produzissem soluções admissíveis em tempo aceitável. No Capítulo 5 são propostas duas heurísticas em duas fases e uma heurística de melhor inserção para este problema, com várias versões cada, em resultado de se variarem alguns parâmetros. Nas heurísticas em duas fases constroem-se os sectores na fase 1 e na fase 2 resolve-se, para cada sector, um problema de rotas com procura nos arcos e restrições de capacidade num grafo misto (MCARP), determinando-se assim as suas viagens. Na heurística de melhor inserção as viagens e os sectores são determinados em simultâneo.

Ainda no mesmo capítulo, são apresentados critérios de avaliação especialmente desenvolvidos para realçar as características pretendidas no SARP. Estes critérios, em conjunto com o desvio do custo da solução em relação ao limite inferior, são usados para comparar as heurísticas e as suas versões. São mostrados e analisados os resultados obtidos para diversas instâncias, a partir dos quais se tenta escolher a melhor combina-

ção de parâmetros das heurísticas. As três heurísticas são depois comparadas entre si, com recurso a várias instâncias, sendo identificadas as características tendencialmente favorecidas por cada um destes métodos.

Espera-se que as soluções admissíveis produzidas para o SARP sejam mais atractivas do ponto de vista prático do que, por exemplo, as resultantes para o MCRP, dado que a organização dos serviços fica simplificada.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

Este capítulo tem início com a descrição, na Secção 2.1, de vários problemas de determinação de rotas, dando especial atenção aos que estão relacionados com o serviço nos arcos. De seguida, na Secção 2.2, focam-se os problemas de sectorização, referindo-se vários trabalhos publicados na área. Por fim, na Secção 2.3 é abordada a recolha de resíduos, acompanhada de algumas aplicações descritas na literatura.

2.1 Problema da determinação de rotas nos arcos (ARP)

Quando se desenvolvem actividades que estão associadas às ligações de uma rede e se pretende determinar os respectivos percursos, diz-se que se está perante um problema de determinação de rotas nos arcos (ARP – *Arc Routing Problem*). A recolha de resíduos porta-a-porta, a entrega de correspondência ao domicílio, a limpeza de neve das ruas ou a leitura de contadores são exemplos de actividades normalmente associadas aos arcos ou arestas de um grafo. As ligações de uma rede têm de ser servidas sempre que se considera que as actividades que se pretendem realizar se desenrolam continuamente em determinados percursos. Nestes casos, os nodos representam intersecções ou pontos de ligação. Em Eiselt et al. (1995a,b) e Assad e Golden (1995) é referido um vasto conjunto

de aplicações para os problemas desta família e o livro editado por Dror (2000) aborda, para além das aplicações, as questões teóricas e os métodos de resolução exactos e heurísticos. Mais recentemente, em Wøhlk (2008), é feita uma revisão da literatura publicada na última década para o caso em que existem limitações de capacidade.

Mediante determinadas características, os ARP assumem designações específicas. Sem pretender elaborar uma lista exaustiva, referem-se de seguida alguns destes problemas que se consideram mais relevantes para o enquadramento do presente trabalho. Para mais detalhes, sugere-se, por exemplo, o livro Dror (2000).

No problema do carteiro chinês (CPP – *Chinese Postman Problem*) devem percorrer-se todas as ligações (arcos ou arestas) de um grafo. Se tiverem de ser percorridas apenas algumas ligações, designadas com procura, então tem-se um problema do carteiro rural (RPP – *Rural Postman Problem*). O problema da determinação de rotas com procura nos arcos e restrições de capacidade (CARP – *Capacitated Arc Routing Problem*) refere-se às situações em que os veículos têm capacidade limitada.

O CPP é definido num grafo fortemente conexo e a sua resolução faz-se em tempo polinomial: i) no caso totalmente não orientado, à custa da resolução de um problema de emparelhamento perfeito de custo mínimo (*minimum cost perfect matching problem*); e ii) no caso totalmente orientado, resolvendo um problema de transportes (TP – *Transportation Problem*). Para grafos mistos, o CPP é NP-difícil (Papadimitriou, 1976), mesmo para grafos planares ou quando os custos associados às ligações são todos iguais.

O RPP é NP-difícil (Lenstra e Rinnooy Kan, 1976), exceptuando os casos totalmente não orientado ou totalmente orientado, para os quais o subgrafo induzido pelas arestas ou arcos com procura é fortemente conexo, que são resolúveis em tempo polinomial por redução a um CPP.

No CARP, tal como foi definido por Golden e Wong (1981), há custos de atravessamento e procuras não negativas associados às arestas de um grafo e a capacidade dos veículos é conhecida. O CARP consiste em determinar um conjunto de viagens de custo total mínimo que, partindo do depósito, sirvam todas as arestas com procura e que a procura

total servida por cada viagem não exceda a capacidade do veículo. O CARP é NP-difícil, uma vez que inclui o RPP como caso particular. Além disso, Golden e Wong (1981) provaram que o problema da determinação de uma solução para o CARP cujo valor esteja a menos de 1.5 vezes o valor óptimo é também ele NP-difícil.

Dada a dificuldade de resolução do CARP, as abordagens propostas têm incidido na obtenção de limites inferiores e no desenvolvimento de algoritmos heurísticos. A versão não orientada do CARP tem sido a mais estudada, para a qual foram desenvolvidas várias formulações exactas (Belenguer, 1990; Welz, 1994; Letchford, 1997; Belenguer e Benavent, 1998a) e não exactas (Letchford, 1997; Belenguer e Benavent, 1998b, 2003), a partir das quais se podem obter limites inferiores.

Em Dror (2000) são descritos em detalhe os vários métodos heurísticos conhecidos até à sua publicação. Depois dessa data, têm surgido na literatura outros métodos, muitos deles baseados em técnicas heurísticas recentes e mais sofisticadas. Wøhlk (2008) faz uma revisão dos trabalhos publicados na última década sobre os vários aspectos que envolvem o CARP, incluindo a modelação, limites inferiores e métodos de resolução. De seguida, citam-se alguns trabalhos nesta área.

Começando pelas heurísticas construtivas, podem referir-se, por exemplo, os algoritmos *construct-strike* (Christofides, 1973), *path-scanning* e *augment-merge* (Golden et al., 1983), *parallel-insert* (Chapleau et al., 1984) e *augment-insert* (Pearn, 1991).

Foram também propostos algoritmos construtivos em duas fases do tipo *route first-cluster second* e *cluster first-route second*. Os métodos da categoria *route first-cluster second* caracterizam-se por, na fase inicial, construir um circuito euleriano gigante cobrindo todas as ligações com procura, que é decomposto, na fase seguinte, em circuitos admissíveis. As heurísticas propostas por Ulusoy (1985) e por Hertz et al. (2000) inserem-se nesta categoria. Os métodos *cluster first-route second* operam de forma inversa: primeiro são formados grupos de ligações com procura (Benavent et al., 1990), cada um deles com procura total inferior à capacidade dos veículos, a que se segue a resolução de um RPP em cada grupo.

Posteriormente, começaram a ser desenvolvidos métodos melhorativos. Li (1992) propôs algoritmos de pesquisa tabu e arrefecimento simulado (*simulated annealing*) para uma aplicação em operações de espalhar sal nas ruas a fim de provocar o degelo (*winter gritting*). Em Eglese (1994) é descrito um outro algoritmo de *simulated annealing* para uma aplicação idêntica mas em que se consideram diversas localizações para os depósitos e ruas com diferentes prioridades de serviço. Mais tarde, Hertz et al. (2000) propuseram o algoritmo de pesquisa tabu conhecido por *CARPET*, Beullens et al. (2003) apresentaram um algoritmo de pesquisa local e Lacomme et al. (2004) descreveram um algoritmo memético (*memetic algorithm*).

Todos os algoritmos referidos atrás para o CARP foram desenvolvidos especificamente para o caso totalmente não orientado. O CARP totalmente orientado e o CARP misto (MCARP) têm merecido menos atenção, principalmente no que diz respeito a formulações e limites inferiores. Tanto quanto se sabe até à data, Mourão (1997) e Mourão e Almeida (2000) foram os únicos a apresentar uma formulação exacta e a desenvolver limites inferiores para o CARP totalmente orientado. Estes dois trabalhos referem ainda métodos heurísticos de resolução.

O MCARP foi abordado por Lacomme et al. (2004), Ghiani et al. (2005), Mourão e Amado (2005), Belenguer et al. (2006), Bautista et al. (2008) e, mais recentemente, por Gouveia et al. (2009), embora nem sempre considerem as mesmas características. Estes autores lidaram de forma diferente com o grafo misto subjacente. Nos três primeiros trabalhos, e também no último, o multigrafo misto é transformado num multigrafo totalmente orientado: Mourão e Amado (2005) usam um algoritmo para orientar as arestas e Lacomme et al. (2004), Belenguer et al. (2006) e Gouveia et al. (2009) substituem cada aresta por dois arcos opostos (é esta a abordagem seguida no presente trabalho), necessitando apenas um deles de ser servido. Ghiani et al. (2005) não procedem a qualquer transformação. Uma abordagem diferente foi usada por Bautista et al. (2008), que também consideram um multigrafo, mas optaram por transformar o problema de rotas nos arcos num problema de rotas nos nodos (NRP).

Os trabalhos de Ghiani et al. (2005), Mourão e Amado (2005) e Bautista et al. (2008)

têm em comum o facto de tratarem a recolha de resíduos. Por outro lado, Lacomme et al. (2004), Belenguer et al. (2006) e Bautista et al. (2008) contemplam a ocorrência de viragens proibidas. Os grafos mistos descritos em Lacomme et al. (2004), Ghiani et al. (2005), Mourão e Amado (2005), Belenguer et al. (2006) e Gouveia et al. (2009) têm a particularidade de considerar custos diferentes para as ligações atravessadas em serviço ou em vazio (esta característica foi também seguida no presente trabalho). Pelo contrário, Bautista et al. (2008) consideram o mesmo custo para o atravessamento em serviço e em vazio.

Em Lacomme et al. (2004) e, posteriormente, com novas versões em Belenguer et al. (2006), são apresentados métodos construtivos para o MCARP, desenvolvidos a partir de heurísticas clássicas para o CARP não orientado: EAM, EPS e EU são extensões das heurísticas *augment-merge* (Golden e Wong, 1981), *path-scanning* (Golden et al., 1983) e heurística de Ulusoy (Ulusoy, 1985), respectivamente. Para além das heurísticas construtivas adaptadas, nestes dois trabalhos é também descrito um algoritmo memético. Em Lacomme et al. (2004) são ainda propostos uma formulação não exacta em programação linear inteira, desigualdades válidas e um algoritmo de planos de corte para a obtenção de limites inferiores para o MCARP.

Ghiani et al. (2005) tratam o problema da recolha de resíduos no sul de Itália, modelado através de um MCARP com janelas temporais, para o qual foi desenvolvida uma heurística do tipo *cluster first-route second*. A recolha é realizada por veículos de três dimensões diferentes, sendo que os veículos de maior dimensão não podem ser usados em determinadas ligações. É também considerada a existência de recipientes de duas capacidades distintas, tendo de ser observadas certas regras quanto ao veículo a usar na sua recolha.

Em Mourão e Amado (2005) é estudado o caso específico da recolha de resíduos na cidade de Lisboa, para o qual são propostas e testadas heurísticas, quer com instâncias geradas aleatoriamente para o efeito, quer com outras instâncias descritas na literatura por outros autores.

Em Bautista et al. (2008) é considerada uma aplicação ao caso concreto de um mu-

início na zona metropolitana de Barcelona (Espanha). O MCARP considerado é transformado num NRP, para o qual propõem uma heurística baseada em colónias de formigas (*ant colony heuristic*).

No trabalho de Gouveia et al. (2009) são propostas formulações exactas para o MCARP, com a particularidade de conterem um número polinomial de variáveis e de restrições, e também uma relaxação a partir da qual foi possível obter limites inferiores que, por vezes, superam os referidos em Belenguer et al. (2006).

Relativamente ao MCARP, até agora só se conhecem limites inferiores propostos por Belenguer et al. (2006) e Gouveia et al. (2009).

Os problemas referidos acima têm por base situações em que as actividades estão associadas às ligações de um grafo. Existem ainda outros casos em que as actividades são mais adequadamente descritas se representadas nos nodos de um grafo. Isto acontece quando as actividades em causa se desenvolvem de forma discreta numa região. A distribuição de bens de consumo é um exemplo. Neste tipo de representações, as ligações estabelecem as relações de adjacência entre os nodos, que representam os clientes. Quando se pretendem determinar as viagens de custo mínimo para veículos que servem clientes situados nos nodos, diz-se que se pretende resolver um problema de optimização de rotas com procura nos nodos (VRP – *Vehicle Routing Problem*) (Toth e Vigo, 2001).

Um problema mais geral de determinação de percursos óptimos, com actividades desenvolvidas quer nas ligações quer nos nodos, assume a designação de GRP (*General Routing Problem*), definido pela primeira vez por Orloff (1974).

2.2 Problema de sectorização

De uma forma muito simplificada, a sectorização consiste em agrupar unidades básicas de uma região em sectores. Excepto aplicações muito particulares (e.g. Hanafi et al. (1999); Silva Gomes (1983)), geralmente pretende-se que os sectores não se intersectem

e que definam, no seu conjunto, a totalidade da região. Deste modo, os sectores obtidos formam, no sentido matemático do termo, uma partição da região original.

O problema de sectorização surgiu, pela primeira vez, associado a uma aplicação prática concreta: a definição de distritos políticos nos Estados Unidos da América. O problema da elaboração de distritos políticos é designado na literatura por *political districting* e os primeiros trabalhos científicos conhecidos envolvendo modelos e métodos matemáticos foram publicados durante a década de 60 do século XX (Hess et al., 1965). Desde então, são diversas as aplicações que têm surgido na literatura de optimização para uma família de problemas que derivou deste, geralmente referenciados como problemas de *districting* ou sectorização.

A tese de doutoramento de Muyldermans (2003) contém uma revisão das aplicações e modelos de sectorização mais importantes conhecidos até à sua conclusão. No presente trabalho, tentará fazer-se referência aos trabalhos mais recentes na área, sem deixar de referir os anteriores considerados mais relevantes.

2.2.1 Caracterização geral do problema

Pode dizer-se que se está perante um problema de sectorização sempre que pretende fazer-se a divisão de uma região em várias sub-regiões ou sectores, geralmente com a finalidade de simplificar o planeamento das actividades a desenvolver na região como um todo. A partição da região deve obedecer a requisitos específicos e é comum exigir que as sub-regiões a obter tenham determinadas características, estabelecidas em função da aplicação em causa.

Hoje em dia é ainda frequente não recorrer a métodos automatizados baseados em modelos matemáticos para proceder à sectorização nos problemas reais, sendo privilegiados os métodos manuais. No entanto, são cada vez mais os casos em que os agentes decisores vêem vantagem em realizar a sectorização automaticamente, dado que desta forma podem incorporar factores concretos que de outro modo seriam tratados menos objectivamente.

Os métodos matemáticos têm várias vantagens: permitem a inclusão de diversos factores de forma controlada e objectiva; a obtenção rápida de soluções que satisfazem os decisores, que usando métodos manuais só se atingem após períodos de tempo longos, geralmente anos, de ajustamento sucessivo; possibilitam adaptações rápidas perante alterações significativas numa região, como por exemplo de população ou estrutura duma rede viária, bastante comuns nos dias de hoje.

As unidades básicas são os elementos nos quais se decompõe a rede com vista ao seu posterior agrupamento em sectores. Ao considerarem-se unidades básicas maiores tem-se a vantagem de trabalhar com modelos mais pequenos, com todos os benefícios computacionais daí resultantes, mas, por outro lado, usando unidades básicas de menor dimensão, poderá obter-se um resultado final de melhor qualidade.

A sectorização é um problema difícil de resolver, por envolver a determinação de uma partição (NP-difícil, Karp (1972)) das unidades básicas, pelo que a obtenção de soluções para problemas reais passa, para muitos autores, pelo desenvolvimento de métodos aproximados de resolução.

Os problemas de sectorização surgem, grande parte das vezes, associados a situações práticas concretas, muitas delas tendo apenas em comum o conceito de separação obedecendo a determinadas regras. É a grande diversidade de situações práticas em que se aplica que faz com que os problemas desta família tenham, também eles, diferentes características subjacentes.

A sectorização (*sectorization*) é também designada por *districting*, *redistricting*, *zone design*, ou *regionalization*. Nos problemas chamados de *districting*, a partição obtida é habitualmente referida por *districting plan*.

Na literatura, o termo *redistricting* está associado à redefinição de sub-regiões, ou seja, à alteração de uma separação inicial que pode ou não ser tida em consideração aquando da sua redefinição. No entanto, mesmo quando se está perante esta redefinição, o termo geralmente usado é sectorização.

As características descritas a seguir são as mais frequentemente pretendidas quando

se formam sectores. Estas podem ser consideradas como imposições, resultando em restrições, ou apenas como características desejáveis, sendo então encaradas como objectivos a atingir.

Contiguidade

Diz-se que um sector é contíguo se os elementos que o compõem forem contíguos, ou seja, se as partes que o constituem não estiverem separadas por blocos de outros sectores. É frequente que este critério incorpore factores geográficos, como a existência de rios, montanhas, etc. A contiguidade pode não ser fácil de representar de forma matemática, levando à complicação do modelo subjacente.

Compacidade

A compacidade refere-se à forma dos sectores. Se os elementos de um sector se dispuserem em torno de um ponto central desenhando uma forma arredondada, ou até mesmo quadrangular, diz-se que o sector é compacto. O ponto central pode ser o depósito, no caso de se supor a existência de um para cada sector, ou mesmo um ponto artificial. Sectores que assumam formas mais alongadas dizem-se não compactos.

Equilíbrio

O equilíbrio entre sectores diz respeito à semelhança que pode existir entre os vários sectores quanto ao valor de uma certa medida. Frequentemente, é para tal estabelecido um limite máximo para a variação entre os diferentes sectores quanto à medida considerada. Este critério é, em geral, fácil de representar matematicamente e de incluir no modelo considerado. No caso de a sectorização envolver população, é usual que o equilíbrio se refira às diferenças de um certo quantificador populacional nos diversos sectores. Se, por outro lado, se estiver a tratar a recolha diária de resíduos urbanos, então pode pretender-se que o tempo de recolha seja idêntico para os vários sectores.

2.2.2 Aplicações abordadas na literatura

É possível encontrar um grande número de aplicações para o que se pode chamar de sectorização. De seguida são descritas algumas dessas aplicações, focando as suas características e particularidades, destacando-se, em alguns casos, os modelos e os métodos de resolução adoptados.

De entre as várias aplicações para a sectorização, as que se referem ao desenho de distritos políticos, de zonas de vendas (ou de entregas), de distritos escolares, ou ainda de regiões para prestação de cuidados de saúde, apresentam características semelhantes. Por esta razão, os modelos e métodos de resolução usados são também idênticos, diferindo apenas em algumas especificidades próprias de cada abordagem.

A partir da página 21 são ainda descritas aplicações na definição de zonas de distribuição de energia eléctrica (*electrical power districting*), na reparação e instalação de telefones (*turfing*), em serviços de emergência, em serviços de distribuição e recolha, em operações de manutenção, na recolha de resíduos, entre outras.

Aplicações no desenho de distritos políticos (*political districting*)

A definição de distritos políticos (*political districting*), de uma forma simplificada, consiste em fazer a partição de uma região em várias zonas (distritos), cada uma delas a eleger pelo menos um seu representante. Tal partição deverá então ser constituída por distritos equitativos, ou seja, com idêntico número de votantes, com a finalidade de respeitar o princípio "um homem, um voto".

Quando se procede à formação de distritos eleitorais, geralmente é exigido que estes sejam compactos e contíguos. Entre outros requisitos, podem também ser tidas em consideração: barreiras naturais (e.g. rios, montanhas, etc.), o respeito por subdivisões administrativas ou políticas pré-existentes ou a presença de determinadas comunidades a preservar. A redefinição de distritos políticos é feita com frequência devido a alterações do número de votantes (geralmente conhecidas através de censos oficiais) ou do número de representantes.

A adopção de métodos computadorizados facilita a despartidarização na construção de distritos eleitorais, afastando-se assim a suspeita do chamado *gerrymandering*, termo que se refere à formação de distritos manipulada politicamente de modo a favorecer uma candidatura. O termo remonta ao início do século XIX, quando, no estado de Massachusetts (EUA), foi proposto um distrito com a forma de salamandra, de modo a dar vantagem eleitoral a um governador de apelido Gerry – *gerrymandering* resultou então da junção deste apelido com parte da palavra salamandra em inglês. Os critérios de contiguidade e compacidade dos distritos são usados concretamente para dificultar este tipo de manipulações.

A elaboração de distritos políticos parte da divisão da população da região em estudo em unidades básicas populacionais (e.g. condados, unidades populacionais consideradas aquando da realização de censos, etc.), que são depois aglomeradas em distritos de forma a satisfazer os requisitos impostos, optimizando uma medida de qualidade. Para uma referência cobrindo os vários aspectos da definição de distritos políticos, incluindo as abordagens mono e multicritério, recomenda-se o livro Grilli di Cortona et al. (1999).

Hess et al. (1965) foram dos primeiros a usar modelos de programação matemática para proceder à construção de distritos políticos. A formulação descrita tem por base um modelo de semi-afecção com restrições adicionais que obrigam à formação de um número exacto de distritos e ainda a que a população votante em cada distrito se encontre entre valores máximo e mínimo previamente estabelecidos. O modelo resultante corresponde a um problema de p-mediana com restrições de capacidade. A optimização é feita relativamente à compacidade dos distritos, medida através do seu momento de inércia. Embora a função objectivo usada a favoreça, este modelo não garante a contiguidade.

Dada a dificuldade de resolução do modelo apresentado, os autores propuseram uma heurística iterativa do tipo localização-afecção. A heurística vai alternando entre a escolha dos centros de massa dos distritos e a afecção de unidades básicas a estes, respeitando as imposições desejadas e enquanto houver convergência da medida de compacidade. Entre outras características, esta heurística considera apenas as soluções

em que cada distrito seja composto por unidades básicas contíguas, rejeitando as restantes. Foram executados testes com dados reais de diversas regiões dos EUA.

São vários os trabalhos na mesma área de aplicação a terem por base o modelo e a heurística de Hess et al. (1965), como se refere de seguida. Em Helbig et al. (1972) assume-se que as unidades básicas têm população idêntica, permitindo assim algumas simplificações. O método foi testado com dados reais do estado do Missouri (EUA).

Na heurística descrita em Hojati (1996), os centros dos distritos são determinados usando informação proveniente da relaxação lagrangiana. Esta metodologia foi aplicada à cidade de Saskatoon (Canadá), tendo os resultados sido comparados com a divisão em distritos existente anteriormente.

Em George et al. (1997) a heurística desenvolvida foi integrada num sistema de informação geográfica (SIG) para proceder à elaboração de distritos eleitorais em toda a Nova Zelândia.

Garfinkel e Nemhauser (1970) apresentaram um modelo de partição de conjuntos com uma restrição adicional de cardinalidade, impondo que o número de colunas seleccionadas seja exactamente igual ao número de distritos a formar. Este tipo de modelo exige que sejam conhecidos todos os distritos possíveis, em número exponencial do número de unidades básicas, pelo que os autores propuseram uma heurística em que se geram distritos por enumeração implícita, sendo a optimização feita por pesquisa em árvore. Tendo por princípio esta metodologia, foram realizados testes com dados reais de vários estados dos EUA.

Usando um modelo semelhante, Mehrotra et al. (1998) desenvolveram aquela que se julga ser a primeira heurística baseada na geração de colunas (*branch-and-price*) para o problema da determinação de distritos políticos. Neste estudo foram considerados dados provenientes do estado da Carolina do Sul (EUA).

Num trabalho mais recente, Bozkaya et al. (2003) propõem uma heurística de pesquisa tabu em que as várias condições são agrupadas numa única função multicritério. Para além dos critérios mais comuns (contiguidade, equidade e compacidade), são também

considerados a homogeneidade sócio-económica, a semelhança com o plano já existente e a integridade de comunidades. Esta heurística parte de um pré-processamento que consiste na caracterização das relações de adjacência entre unidades básicas e foi testada com dados reais da cidade de Edmonton (Canadá).

O desenho de distritos políticos é também abordado por Bação et al. (2005), que sugerem um algoritmo genético para um modelo multicritério em que a compacidade e o equilíbrio são considerados como objectivos e a contiguidade é tratada como restrição. O método foi usado na determinação de distritos políticos em Portugal.

Recorrendo a um modelo físico (*q-state Potts model*), Chou e Li (2006) determinam também distritos políticos para a cidade de Taipé (Formosa).

Aplicações na definição de zonas de vendas (*sales territory design*)

A definição de zonas de vendas (*sales territory design*) tem muitas semelhanças com o desenho de distritos políticos: aos distritos políticos correspondem, neste problema, as regiões de vendas e à população votante corresponde a actividade de vendas a desenvolver. Cada zona será servida por um vendedor e por essa razão considera-se também o critério de equilíbrio de quantidade de serviço entre as várias regiões, contribuindo assim para uma melhor eficiência do serviço e para maior justeza entre vendedores, para além de ser também mais fácil avaliar o seu desempenho.

A redefinição ou realinhamento de zonas de vendas pode ser motivada por se pretender proporcionar uma melhor cobertura da região total, devido, por exemplo, a alterações: no número de vendedores; na organização da força de vendas; de mercado (mudança nas solicitações por parte dos clientes); na cobertura de vendas; ou à introdução de novos produtos no mercado. Note-se que, embora sendo muito importante quantificar o serviço, esta tarefa mostra-se bem mais complexa que na aplicação anterior, onde, simplesmente, se tem de contabilizar o número de votantes.

Num contexto de vendas, também são preferidos territórios compactos e contíguos, por estes darem mais garantias de redução do tempo dispendido em deslocações entre

clientes, melhorando, deste modo, a eficiência dos vendedores, que passam a dispor de mais tempo para a sua actividade e que, assim, poderão vender mais. Além disso, estas características vão também ao encontro da preferência dos clientes em ter contacto com um único vendedor, o que também pode ser visto como um contributo para a eficiência, dado que favorece o mais rápido entendimento entre as partes.

Tal como é por vezes pretendido na definição de distritos políticos, do ponto de vista das vendas é preferível que sejam, tanto quanto possível, preservadas as fronteiras das zonas previamente existentes, pois poderão existir desvantagens económicas na readaptação dos vendedores aos novos clientes.

No âmbito das vendas, ao contrário do que se passa no caso do desenho de distritos políticos, é geralmente mais importante satisfazer critérios de compacidade do que de igualdade entre zonas.

Dependendo dos objectivos de cada caso em particular e da disponibilidade dos dados necessários, consideram-se diferentes unidades básicas, podendo estas corresponder a códigos postais ou condados, por exemplo.

Hess e Samuels (1971) terão sido dos primeiros a descrever modelos e métodos matemáticos para a obtenção de zonas de vendas. O método de resolução implementado por estes autores numa grande companhia farmacêutica teve por base aquele que foi estudado em Hess et al. (1965) para o desenho de distritos políticos. Hess e Samuels (1971) apresentam várias alternativas quanto à medida de actividade a usar para estabelecer o equilíbrio entre zonas. O método não garante, no entanto, a contiguidade das zonas de vendas nem a indivisibilidade das unidades básicas.

Zoltners e Sinha (1983), baseando-se no mesmo tipo de modelo de afectação, tentaram melhorar alguns dos pontos fracos do modelo de Hess e Samuels (1971). Concretamente, a contiguidade das zonas de vendas é conseguida a partir da construção de árvores de adjacência em que se consideram distâncias de caminhos mais curtos em vez de distâncias euclidianas, incorporando desta forma condicionalismos viários. É referido um método de resolução baseado na relaxação lagrangiana que garante o equilíbrio

aproximado de um atributo.

Considerando também o mesmo modelo, Fleischmann e Paraschis (1988) propõem uma nova heurística de localização-afectação que tenta tratar de uma forma mais eficaz a separação de uma unidade básica por mais do que uma zona de vendas (*split*). O caso de estudo teve por base uma empresa alemã de produção de bens de consumo.

Shanker et al. (1975) desenvolvem uma abordagem baseada num modelo de partição de conjuntos e Skiera e Albers (1998) propõem um modelo em que se maximizam os ganhos.

Drexl e Haase (1999), com um modelo não linear, incluem, para além da definição das zonas de vendas, a determinação do número de vendedores, a sua localização e a afectação de recursos de vendas, maximizando ganhos. O método de resolução proposto pretende ser capaz de produzir soluções para problemas reais de grande dimensão, sendo apresentados resultados para uma empresa na indústria de bebidas.

Em 2005, Zoltners e Sinha (2005) fazem referência à sua experiência de 30 anos no desenvolvimento de aplicações na definição de zonas de vendas, usadas na prática por muitas instituições, incluindo grandes empresas, em especial na área farmacêutica. Os autores evidenciam, não só os modelos e os métodos de resolução usados, mas também os vários factores a ter em conta do ponto de vista do marketing, para que os resultados do estudo matemático possam ser postos em prática. Nomeadamente, em conjunto com o decisor, a solução obtida pelos métodos matemáticos deve ser ajustada de modo a incorporar exigências antes não consideradas, em particular critérios difíceis de traduzir matematicamente.

Aplicações na definição de zonas escolares (*school districting*)

Considerando uma região onde existem várias escolas, na definição de zonas escolares (*school districting*) pretendem determinar-se os grupos de estudantes a frequentar cada escola, em cada nível de ensino. Nestes problemas, além de terem de ser tidas em consideração as restrições de capacidade das escolas, em geral são também respeitados

certos requisitos sociais, como por exemplo: os alunos devem frequentar a mesma escola ao longo do seu percurso escolar e os grupos de estudantes afectos à mesma escola devem residir em zonas contíguas entre si, para permitir que jovens de uma mesma vizinhança frequentem o mesmo estabelecimento de ensino.

É também frequente que sejam incluídos factores de integração social ou obstáculos geográficos. A definição de zonas escolares pode ocorrer anualmente, quando há modificações significativas na população escolar ou quando há a reorganização da estrutura escolar, como sejam o fecho ou abertura de um novo estabelecimento ou alterações de capacidade.

O problema da definição de zonas escolares é abordado por vários autores (Liggett, 1973; Ferland e Guenette, 1990; Schoepfle e Church, 1991; November et al., 1996; Caro et al., 2004). Liggett (1973) considera o equilíbrio racial e propõe um algoritmo de enumeração implícita.

Em Ferland e Guenette (1990) é descrito um sistema interactivo de apoio à decisão para a definição de zonas escolares. A contiguidade é tratada implicitamente, considerando-se as distâncias de caminho mais curto numa rede e tentando afectar os alunos à escola mais próxima.

Schoepfle e Church (1991) propõem um modelo de fluxos com restrições adicionais, November et al. (1996) tratam um problema similar numa perspectiva multicritério e Caro et al. (2004) apresentam uma abordagem inserida num sistema de informação geográfica.

Aplicações na organização de serviços de saúde (*health-care districting*)

A organização de serviços de saúde é outra das aplicações para a sectorização, sendo de referir os trabalhos de Minciardi et al. (1981), Pezzella et al. (1981), Blais et al. (2003) e Cockings e Martin (2005). Como habitualmente em problemas de sectorização, pretende fazer-se o agrupamento de unidades básicas em sectores equilibrados e conexos, optimizando determinados critérios considerados adequados para o contexto em análise.

É também habitual serem estabelecidos limites máximo e mínimo para a população dentro de cada zona. Uma das particularidades dos modelos de sectorização usados neste tipo de aplicações é a incorporação de factores humanos.

Minciardi et al. (1981) propõem métodos heurísticos numa perspectiva multicritério. Numa fase inicial, são geradas partições admissíveis. Posteriormente, essas partições são avaliadas usando conjuntos difusos (*fuzzy sets*) e ordenadas de acordo com as preferências do decisor. São apresentados resultados da aplicação dos métodos propostos a uma província em Itália.

Em Pezzella et al. (1981) é referido um método de resolução em 2 fases, onde, em cada fase, é resolvido um problema de sectorização. Na primeira fase é feita a afectação da população a cada hospital, obtendo-se os distritos hospitalares. Na segunda fase, são determinados os distritos de saúde, por agregação dos distritos hospitalares. É apresentado um caso de estudo para uma província em Itália.

Blais et al. (2003) também referem um modelo multicritério. O método de resolução é do tipo pesquisa tabu, e iterativamente transfere uma unidade básica para um distrito adjacente ou faz a troca entre unidades básicas de distritos adjacentes. Este método foi posto em prática numa região do Canadá.

Em Cockings e Martin (2005) mostra-se como estudos nas áreas da saúde e do ambiente com base em dados agregados por zonas resultantes de métodos de sectorização são preferíveis aos que se fazem utilizando as zonas geográficas habituais.

Aplicações na definição de zonas de distribuição de energia eléctrica (*electrical power districting*)

A sectorização foi também a abordagem escolhida por Bergey et al. (2003a,b) para a definição de zonas de distribuição de energia eléctrica, com características similares à definição de distritos políticos e de zonas de vendas. O problema surgiu com a necessidade de tornar o mercado de distribuição de energia eléctrica mais competitivo.

A ideia é formar zonas de distribuição economicamente viáveis, cada uma delas a ser explorada por uma empresa de distribuição de energia. Assim, estes autores consideram, por um lado, que as zonas a criar devem ser equilibradas em termos dos ganhos potenciais, de modo a encorajar a competitividade e a atrair o investimento privado. Por outro, pretendem ainda que cada uma das zonas corresponda a um território contíguo e compacto. As zonas compactas são mais fáceis de manter economicamente e por isso mais lucrativas, enquanto que a contiguidade é desejável para o custo inerente ao atravessamento de redes de outros distribuidores.

Em ambos os artigos são propostos algoritmos genéticos para os modelos multicritério considerados. Em Bergey et al. (2003a) o método de resolução está integrado num sistema de apoio à decisão. Nestes dois trabalhos, é estudada a distribuição de energia eléctrica na República do Gana.

Aplicações na reparação e instalação de telefones (*turfing*)

A reparação e instalação de telefones, usualmente designada por *turfing* (Segal e Weinberger, 1977), enquadra-se também na categoria dos problemas de sectorização. O *turfing* é definido numa rede de reparação e instalação de telefones e pretende-se que cada trabalhador (ou grupo de trabalhadores) seja responsável pelo serviço existente no território que lhe é atribuído.

A rede, na sua globalidade, é previamente subdividida em unidades básicas de tamanho idêntico (em termos da potencial quantidade de serviço) e pretende fazer-se a sua posterior aglomeração em territórios com quantidade de serviço semelhante e forma adequada. Segal e Weinberger (1977) fazem também referência à necessidade de ter territórios constituídos por elementos contíguos. Dadas as semelhanças, os autores adaptaram um modelo e método de resolução apresentados por Hess et al. (1965) para o problema do desenho de distritos políticos.

Aplicações em serviços de emergência

O sistema de apoio à decisão descrito em Zografos et al. (2002) para o problema de gestão de incidentes rodoviários inclui um submódulo de sectorização. O objectivo da ferramenta de apoio à decisão descrita é poder contribuir para a resolução atempada de incidentes de tráfego ocorridos numa determinada região. Pretende particionar-se a região em sectores, cada um deles servido por uma unidade de resposta. São propostos quatro modelos de sectorização, com base em quatro objectivos definidos: i) minimizar o tempo de resposta a incidentes, ii) maximizar a cobertura do serviço, iii) localizar o menor número de unidades de resposta e iv) maximizar o nível de serviço (minimizar o maior tempo de resposta). Propõem novas heurísticas e adaptam algumas desenvolvidas para problemas com características semelhantes (Shanker et al., 1975; Ferland e Guenette, 1990). Foram realizados testes com dados reais de Thessaloniki (Grécia).

Ainda no âmbito dos serviços de emergência, surge o problema de desenho de sectores policiais (D'Amico et al., 2002). Dada uma jurisdição policial, pretendem obter-se sectores equilibrados em termos de serviço que respeitem condições como a contiguidade, compacidade e convexidade, que garantam uma determinada qualidade de serviço, traduzida em termos do tempo de resposta das patrulhas às ocorrências. Dada a complexidade do problema e a não linearidade do modelo usado, D'Amico et al. (2002) propuseram uma heurística de pesquisa por arrefecimento simulado (*simulated annealing*) para obter a definição dos sectores.

Aplicações em serviços de distribuição e recolha

São várias as aplicações encontradas na literatura no âmbito dos serviços de entrega e recolha de produtos em que a sectorização é executada antes da elaboração das rotas. Nestas aplicações é comum que a empresa em questão separe a região de serviço em sub-regiões mutuamente exclusivas, cada uma delas a ser servida por um único veículo, decisão estratégica que se pretende adequada para um longo período de tempo. Diaria-

mente é estabelecida a rota do veículo que está afecto a cada sub-região, de acordo com as necessidades dos clientes agendados para esse dia. As vantagens apresentadas para este tipo de divisão da rede podem ser de conveniência administrativa, familiarização dos condutores com os clientes ou a facilidade de elaboração das viagens diárias.

Wong e Beasley (1984) partem de uma solução inicial de modo a otimizar uma função que traduz o custo de uma determinada sectorização, respeitando a capacidade dos veículos em cada sector e para cada dia, com base em dados de uma amostra criada em função de observações anteriores.

Um problema semelhante é tratado em Novaes e Graciolli (1999) aplicado à distribuição de encomendas na cidade de São Paulo (Brasil). Os tempos de viagem e as distâncias percorridas numa determinada zona são estimados em função da densidade de pontos a visitar. Neste trabalho, a sectorização é feita baseada em procuras e tempos de serviço estocásticos, mantendo o equilíbrio dos tempos de serviço nos sectores e procurando otimizar o custo total de transporte diário e a frota de veículos (número de veículos e sua capacidade). Para a mesma aplicação, em Novaes et al. (2000) é proposto um método de obtenção de sectores recorrendo a algoritmos genéticos e em Galvão et al. (2006) as fronteiras dos sectores são melhoradas recorrendo a diagramas de Voronoi (*Voronoi diagram*).

Haugland et al. (2007) descrevem um problema semelhante em que se pretende a sectorização de uma rede assumindo que as viagens a realizar dentro de cada sector correspondem à optimização de rotas com procura estocástica (VRP estocástico), para o qual desenvolveram heurísticas de pesquisa local e pesquisa tabu.

A vertente de entrega e recolha (*pick-up and delivery*) foi abordada, por exemplo, em Langevin e Soumis (1989), para o caso particular do serviço de distribuição de correspondência e encomendas de pequenas dimensões em zonas urbanas dos EUA. A divisão do território a cobrir em zonas afectas a cada veículo é elaborada de modo a reduzir a dimensão dos problemas de rotas a resolver e a facilitar o trabalho do expedidor. O método heurístico apresentado, que não inclui a formação de viagens, considera a minimização do número de veículos como objectivo, sendo mostrado em que

condições este é equivalente à minimização da distância total percorrida. As distâncias percorridas pelos veículos são deduzidas, de forma aproximada, a partir da distribuição espacial dos pontos a visitar. De acordo com a variabilidade diária da procura, é ainda analisada a possibilidade de haver sobreposição de zonas de modo a que veículos mais sobrecarregados possam ser ajudados por outros afectos a zonas adjacentes.

Supondo que, diariamente, o número de potenciais clientes e respectiva procura são calculados de acordo com determinada distribuição de probabilidade, Simchi-Levi (1992) propõe um modelo hierárquico para representar um sistema de distribuição em que se pretende determinar: i) a localização e o número de centros de distribuição; ii) os clientes a serem servidos por cada centro; e iii) as viagens que servem os clientes. É salientada a importância de integrar todas estas decisões num único modelo, de modo a evitar a suboptimização. No entanto, do ponto de vista prático, tal não é possível, dada a complexidade do problema. Atendendo a estas considerações, o método de resolução proposto para cada fase integra estimativas para fases posteriores.

Mourgaya e Vanderbeck (2007) descrevem um problema de optimização de rotas de veículos com múltiplos períodos (*periodic VRP*) em que as viagens de cada veículo devem ser elaboradas em regiões compactas e os veículos devem satisfazer quantidades de procura semelhantes. Desta forma, o problema descrito pode ser considerado como um problema de sectorização e roteamento com actividades nos nodos. É feita uma análise do ponto de vista bicritério (optimizando o equilíbrio e a concentração) e é apresentado um método de resolução em duas fases. Na primeira fase são obtidos os sectores, recorrendo a uma heurística baseada na geração de colunas, e na segunda fase são elaboradas as rotas dentro de cada período em cada sector.

A sectorização com aplicação na distribuição postal é também descrita em Levy e Bodin (1989) e Bodin e Levy (1991). Nestes trabalhos, o método de resolução opera directamente sobre uma rede não orientada, com custos em vazio associados às suas arestas e também custos de serviço para arestas com procura. Assume-se que a rede de procuras é conexa.

A situação descrita em Levy e Bodin (1989) corresponde a um problema de localização

e de rotas nos arcos (*arc oriented location routing problem*). Dada a particularidade de se pretender que as arestas afectas a cada depósito formem uma sub-rede conexa e que as sub-redes sejam equilibradas em termos de serviço, pode considerar-se que este caso inclui a sectorização como subproblema, sendo que às arestas afectas ao mesmo depósito corresponde um sector. Os autores apresentam um algoritmo de resolução sequencial que inclui trocas locais.

No mesmo contexto, mas focando-se apenas na componente da afectação de arestas com procura (sectorização), com as mesmas características referidas acima, em Bodin e Levy (1991) é descrito um método de resolução iterativo, que inclui a formação de sectores e trocas locais, até que seja alcançado o equilíbrio ou se conclua que este já não consegue ser melhorado. São mostrados resultados para dados reais provenientes dos serviços postais dos EUA.

Uma outra aplicação, para a leitura de contadores numa companhia de gás, foi descrita em Wunderlich et al. (1992). Dadas as semelhanças dos problemas relatados, o método de resolução apresentado consiste num melhoramento daquele que é descrito em Bodin e Levy (1991). É feita uma estimativa para a poupança anual que a empresa distribuidora conseguirá, caso a solução encontrada seja posta em prática.

Aplicações em operações de manutenção

A sectorização com vista à realização de operações de manutenção é também tratada na literatura. As operações de manutenção a vias de comunicação durante o inverno estão amplamente descritas numa recente revisão de literatura composta por quatro artigos (Perrier et al., 2006a,b, 2007a,b), cada um deles abordando as diferentes vertentes desta temática.

O primeiro destes artigos revê os modelos e os algoritmos de resolução para os sistemas de manutenção relativos às operações de empurrar a neve das vias de comunicação para a beira da estrada (referida como *plowing*) ou de espalhar produtos químicos (designado por *spreading*) – o sal é o produto geralmente usado. Estas aplicações

incluem a partição da região ou da rede de ligações em sectores.

O segundo trabalho descreve os modelos e métodos de resolução relacionados com o desenho de sistemas para as operações de carregamento e transporte de neve para locais de descarga, também incluindo, entre outros aspectos, a formação de sectores.

Os dois últimos artigos referem-se, principalmente, aos assuntos relacionados com a determinação de rotas, número de veículos e localização dos depósitos.

Nos diferentes temas deste tipo de operações de manutenção é comum existirem vários depósitos, relacionados com os locais de descarga. Quando a intensidade e a frequência da queda de neve são muito grandes, a neve acumula-se na beira da estrada ou no passeio. Se essa acumulação excede uma determinada quantidade, é então necessário proceder ao seu carregamento e transporte para locais de descarga, que podem ser locais construídos para o efeito ou simplesmente campos, lagos ou rios.

Um dos exemplos de aplicação nesta área, referente a espalhar químicos e a empurrar a neve para as bermas, é apresentado no trabalho de Kandula e Wright (1995), com um modelo de programação linear inteira mista que integra o desenho de sectores, a localização dos depósitos e a determinação da dimensão da frota, incluindo restrições de capacidade e contiguidade para cada sector. A este modelo está associado um grafo conexo não orientado, em que todas as arestas têm de ser servidas e é conhecido o seu comprimento (sendo contabilizado o mesmo valor no percurso em serviço e no percurso em vazio). A optimização é feita em relação à capacidade, medida em função das distâncias aos depósitos. Este modelo foi melhorado em Kandula e Wright (1997), de modo a ser mais eficiente na estimação do número de viagens necessárias e do comprimento dos percursos em vazio. É apresentada uma heurística que, com base nos sectores resultantes do modelo, determina as viagens.

Outra aplicação para a actividade de espalhar sal é referida em Muyldermans et al. (2002) para a província de Antuérpia (Bélgica). Neste caso já é conhecida a localização dos depósitos e pretende definir-se um sector por depósito. A rede é representada por um grafo não orientado, com comprimento e procura (quantidade de químico a

espalhar) conhecidos para cada aresta. É proposta uma heurística em quatro fases para determinar sectores contíguos, geograficamente compactos e equilibrados minimizando o número de veículos. A heurística tem por base a decomposição da rede em ciclos elementares (Male e Liebman, 1978), formando assim unidades básicas que são depois agregadas em sectores.

Num trabalho posterior para a mesma aplicação, Muyldermans et al. (2003) apresentam três novas heurísticas. Nas duas primeiras afectam as unidades básicas ao depósito mais próximo. Diferem na forma como são definidas as unidades básicas: na primeira, as unidades básicas são arestas individuais e, na segunda, são obtidas a partir da decomposição da rede em ciclos elementares (Male e Liebman, 1978). As segunda e terceira heurísticas têm em comum as unidades básicas e a definição do respectivo grafo de adjacência. A terceira heurística tem a particularidade de fazer a afectação das unidades básicas aos sectores por intermédio da resolução de um modelo em programação linear inteira mista, para o qual foram deduzidas desigualdades válidas. Os detalhes deste trabalho encontram-se em Muyldermans (2003).

As operações de carregamento e transporte de neve são tratadas em Labelle et al. (2002), incluindo a modelação integrada da composição de sectores, a afectação de sectores a depósitos e a determinação do número de veículos a servir cada sector. Por uma questão de dimensão, são consideradas unidades básicas formadas pela aglomeração de vários segmentos de rua vizinhos. O modelo de programação não linear apresentado integra as três componentes referidas no início do parágrafo e considera limites de dimensão para cada sector, assim como restrições de capacidade horária e anual para cada depósito. É proposta uma heurística em duas fases: na primeira fase as unidades básicas são afectas aos depósitos e, na segunda fase, são formados os sectores para cada depósito, por aglomeração das unidades básicas afectas a cada um deles. A heurística foi integrada num sistema de apoio à decisão, de modo a permitir ajustamentos manuais, e testada com dados reais relativos à cidade de Montreal (Canadá).

Tendo por base esta mesma situação de carregamento e transporte de neve, Perrier et al. (2008) propõem um modelo e dois métodos de resolução para o problema da partição da

rede em sectores e afectação de sectores aos depósitos. Nesta abordagem, as unidades básicas são segmentos de rua individuais. A rede é representada por um grafo misto fortemente conexo, em que todas as ligações têm de ser sujeitas a tratamento, estando-lhes associadas um comprimento e um volume anual de neve. As duas heurísticas baseiam-se exclusivamente em modelos de programação linear inteira (mista num dos casos). Numa das heurísticas, em primeiro lugar faz-se a partição das ligações em sectores, que são afectos aos depósitos numa segunda fase. A outra heurística, idêntica à descrita em Labelle et al. (2002), opera de forma inversa, ou seja, primeiro faz-se a afectação e depois a partição em sectores.

De certo modo, pode também considerar-se que o trabalho de Toobaie e Haghani (2004) inclui um módulo de sectorização. Trata-se de uma aplicação à actividade de espalhar sal nas ruas, num condado de Maryland (EUA). A viagem de cada veículo está restringida à capacidade deste e deve ter início e fim no mesmo depósito, podendo existir vários depósitos. Pretende-se ainda que cada viagem seja conexa e que as viagens dos vários veículos sejam equilibradas relativamente à quantidade de sal que têm de espalhar. Estas últimas condições são comuns às habitualmente pretendidas em problemas de sectorização. É proposto um método de obtenção de soluções em três fases. A primeira fase, que inclui o uso de um algoritmo genético, consiste em fazer a partição da rede no menor número possível de sub-redes conexas, cada uma delas não excedendo a capacidade do veículo que lhe vai ser atribuído. Na segunda fase é feita a troca de ligações entre veículos de modo a melhorar o equilíbrio da carga correspondente. Por fim, na terceira fase é determinado o circuito euleriano que cobre as ligações afectas a cada veículo. De acordo com os testes realizados, a solução obtida por este método permite reduções significativas do número de veículos e do comprimento dos percursos em vazio, quando comparado com o plano anteriormente usado.

Aplicações na recolha de resíduos

A sectorização foi também aplicada na recolha de resíduos (Male e Liebman, 1978; Silva Gomes, 1983; Hanafi et al., 1999; Lin e Kao, 2008; Mourão et al., 2009).

Em Male e Liebman (1978) é descrita a formação, em simultâneo, de sectores e viagens para a recolha de resíduos. A rede de recolha é representada por um grafo planar não orientado em que todas as ligações têm de ser sujeitas a recolha. Os veículos têm capacidade limitada e pretende-se que a cada viagem corresponda um sector cujas ligações servidas sejam contíguas. Pretende minimizar-se a duração total das viagens e tentar, tanto quanto possível, equilibrar os sectores relativamente à quantidade recolhida de resíduos. A heurística proposta baseia-se na decomposição da rede em ciclos elementares, tais que cada ligação está contida em um e um só desses ciclos. Esta decomposição em ciclos é obtida a partir de um circuito euleriano sobre a rede, que pode ser determinado em tempo polinomial usando o algoritmo de Edmonds e Johnson (1973).

Male e Liebman (1978) apresentam soluções com base num método que pode ser decomposto nos cinco passos descritos a seguir. No primeiro passo é resolvido um CPP na rede original, que se decompõe em ciclos elementares, no segundo passo. No terceiro passo é criada uma rede auxiliar (rede de ciclos) que representa as relações de adjacência entre os ciclos elementares obtidos. Na rede auxiliar, cada ciclo é representado por um nodo e são adicionadas arestas de custo nulo entre nodos que representem ciclos adjacentes. São ainda incluídos um nodo adicional para representar o depósito e arestas entre o depósito e cada nodo, representando o circuito mais curto, na rede original, que inclui o depósito e o nodo mais próximo no ciclo. O quarto passo consiste na obtenção de uma solução para o problema de árvore de suporte de custo mínimo com restrições de capacidade (CMST – *Capacitated Minimum Spanning Tree*) dadas pela capacidade dos veículos. Cada uma das subárvores que sai do depósito corresponde a uma viagem/sector. O CMST é um problema pertencente à classe NP, pelo que os autores propõem uma heurística que, no entanto, não garante a admissibilidade da solução. Finalmente, no quinto passo, a árvore obtida é decodificada nas viagens que representa na rede original. Este método foi testado com um conjunto de instâncias geradas para o efeito.

A sectorização e obtenção de rotas baseadas na decomposição da rede em ciclos proposta por Male e Liebman (1978) tem a vantagem de reduzir a dimensão do problema.

Além disso, esta decomposição assegura que não há ciclos contidos dentro de outros ciclos, o que tende a garantir a composição de sectores compactos. Há, no entanto, a desvantagem de se poder estar a eliminar potenciais soluções óptimas, dado que o método se baseia numa determinada decomposição em ciclos que pode não representar todo o espaço das soluções admissíveis (Eglese, 1994).

Silva Gomes (1983) aborda a recolha semanal de resíduos em quatro cidades nos arredores de Grenoble (França). São propostos dois modelos em programação linear inteira binária e métodos de resolução baseados em pesquisa tabu e *simulated annealing*.

A recolha semanal de resíduos é também tratada em Hanafi et al. (1999). O problema descrito tem as mesmas características do anterior (Silva Gomes, 1983), mas é considerado numa perspectiva multicritério. A finalidade dos modelos e métodos descritos é a de, em tempo útil, adaptar e melhorar uma solução previamente existente. O número de sectores a formar é conhecido à partida, assim como os dias da semana em que é feita a recolha em cada sector, o que faz com que a frequência de recolha de cada sector seja também conhecida. A rede representativa da cidade consiste num multigrafo misto em que os segmentos de rua são representados por arcos ou arestas e para cada ligação sujeita a recolha é conhecido o número de vezes por semana em que esta tem de ser efectuada. São ainda estabelecidos limites máximo e mínimo para a duração do serviço dentro dos sectores. Dadas as características da recolha, é possível que haja a sobreposição de sectores, isto é, para diferentes dias de semana, uma mesma ligação pode ser servida por sectores distintos. É apresentado um modelo triobjectivo que pretende minimizar i) o maior dos tempos de serviço dos vários sectores (critério habitualmente conhecido por *makespan*), ii) os desvios dos tempos de serviço dos sectores em relação a uma duração de referência e iii) o número de componentes conexas por sector. O cálculo da duração do serviço dentro de cada sector é feito de forma aproximada. São ainda referidas duas relaxações mono-objectivo para este modelo, para as quais são desenvolvidos algoritmos de pesquisa local simples, *simulated annealing* e pesquisa tabu. São realizados testes com instâncias geradas aleatoriamente e com dados reais da cidade de Quito (Equador) e de duas outras cidades nos arredores de Grenoble (França).

Lin e Kao (2008) propõem a sectorização aplicada à privatização de serviços municipais de recolha de resíduos. A privatização destes serviços é tida como podendo melhorar a qualidade do serviço e reduzir os custos, desde que seja gerado um mercado competitivo. Para tal, os autores sugerem a divisão apropriada de uma região em sectores, cada um deles a ser atribuído a uma empresa. É proposto um modelo em programação linear inteira mista que agrega unidades básicas em sectores. O modelo minimiza uma função que traduz o desequilíbrio dos sectores em termos de serviço, usando condições que tentam impor a compacidade e contiguidade dos sectores, assim como limites máximo e mínimo de resíduos a recolher por sector. São analisados resultados de testes relativos a dois casos de estudo na Ilha Formosa.

Mais recentemente, Mourão et al. (2009) definem um problema em que se pretende a determinação dos sectores e das respectivas viagens, que designam por problema de sectorização e rotas nos arcos (SARP). São apresentadas heurísticas e a aplicação inside sobre a recolha de resíduos sólidos porta-a-porta. No SARP, a cada sector está afecto um único veículo de capacidade conhecida, que realiza uma ou mais viagens até que tenham sido servidas todas as ligações com procura do sector e de tal forma que a duração total do serviço dentro de cada sector não exceda um limite previamente estabelecido. O problema é definido num multigrafo misto, sendo contemplada a existência de viagens proibidas e durações diferentes para atravessamentos em serviço e em vazio. São propostas duas heurísticas em duas fases e uma heurística de melhor inserção, todas elas tentando equilibrar os sectores relativamente à duração total do serviço e favorecendo a compacidade e a contiguidade. Nas heurísticas em duas fases, a primeira fase consiste na determinação dos sectores, ou seja, na afectação das ligações com procura a cada um dos veículos. São usadas estimativas para a duração das viagens a realizar dentro de cada sector, tentando assim que, na segunda fase, não seja excedida a duração limite estabelecida para os sectores. Na segunda fase são obtidas as viagens dentro de cada sector. Para cada sector, a elaboração das viagens é modelada por um MCARP, sendo, para tal, usadas heurísticas já existentes na literatura (Lacomme et al., 2004). Relativamente à heurística de melhor inserção, os sectores e as viagens são determinados em paralelo. São apresentados testes computacionais para instâncias

obtidas a partir de outras conhecidas da literatura para o MCARP e que simulam redes reais com diferentes características. O conteúdo de Mourão et al. (2009) é descrito com mais detalhe na presente tese, onde se estudam outros aspectos relativos ao SARP.

Outras aplicações

Do ponto de vista multicritério, em Tavares-Pereira et al. (2007) são abordados problemas de sectorização que possam ser representados por um grafo planar conexo não orientado, onde os nodos representem as unidades básicas e as arestas traduzam as relações de adjacência entre as unidades básicas. Os autores descrevem um algoritmo de pesquisa local evolucionário para obter uma aproximação da fronteira de Pareto. O método é testado na reformulação do sistema de preços dos transportes na cidade de Paris (França).

2.2.3 Sectorização sobre as ligações de uma rede

Nesta secção faz-se referência à sectorização de redes em que a procura está associada às ligações (arcos ou arestas) de um grafo. Nestes casos, os sectores a formar são constituídos pelas ligações do grafo, considerando-se apenas as ligações com procura na definição de cada sector. No final desta secção faz-se referência à contiguidade nestas circunstâncias.

Os trabalhos publicados nesta área, já descritos em detalhe na Secção 2.2.2 em função da aplicação prática em questão, são agora organizados de acordo com as seguintes características: i) abordarem apenas a obtenção de sectores ou também a construção de viagens; ii) assumirem grafos totalmente não orientados, totalmente orientados ou mistos; e iii) considerarem todas as ligações com procura ou apenas um subconjunto delas.

A sectorização realizada directamente sobre as ligações (arcos ou arestas) de uma rede foi abordada por vários autores, entre os quais,

- para obter sectores: Bodin e Levy (1991), Muyldermans et al. (2002, 2003), Muyldermans (2003) e Perrier et al. (2008);
- para obter sectores e viagens: Male e Liebman (1978), Levy e Bodin (1989), Kandula e Wright (1995, 1997), Toobaie e Haghani (2004), Mourão et al. (2009) e o presente trabalho.

De acordo com a teoria de grafos, estes podem ser totalmente não orientados, totalmente orientados ou mistos. Tendo ainda em atenção as ligações que necessitam de ser servidas, há estudos que consideram grafos com procura em todas as ligações ou grafos com procura num subconjunto de ligações. Os trabalhos referidos acima inserem-se nas seguintes categorias:

- grafo não orientado, conexo, com
 - procura em todas as arestas: Male e Liebman (1978), Kandula e Wright (1997), Muyldermans et al. (2002, 2003), Muyldermans (2003), Toobaie e Haghani (2004);
 - procura num subconjunto conexo de arestas: Levy e Bodin (1989), Bodin e Levy (1991);
- grafo misto, fortemente conexo, com
 - procura em todas as ligações (arcos e arestas): Perrier et al. (2008);
 - procura num subconjunto, não necessariamente conexo, de ligações (arcos ou arestas): Mourão et al. (2009) e o presente trabalho.

Quando se pretende a sectorização de uma região, a contiguidade das sub-regiões a obter é uma característica geralmente requerida. A forma de a garantir, no entanto, é difícil de explicitar matematicamente e, conseqüentemente, de incluir em modelos matemáticos (Labelle et al., 2002; Perrier et al., 2008).

Os sectores não contíguos são indesejáveis, pois serão necessários percursos em vazio entre grupos desconexos de ligações. As dificuldades inerentes à inclusão da contiguidade

nos modelos levou a que alguns autores justificassem assim a necessidade de desenvolver métodos de resolução aproximados, em alternativa aos métodos exactos (Labelle et al., 2002).

A contiguidade de um sector fica garantida se o subgrafo gerado pelas ligações do sector (arestas se não orientado; arcos se orientado) for conexo.

Em grafos totalmente orientados ou mistos exige-se, por vezes, uma condição mais forte para a contiguidade do sector: que o subgrafo gerado pelas ligações do sector seja fortemente conexo. Contudo, tal condição revela-se, geralmente, demasiado restritiva em certo tipo de aplicações. Além disso, exigir a conexidade simples corresponde, para muitas situações práticas, ao que se pretende, que é assegurar que as ligações a servir num determinado sector estejam todas concentradas, mesmo que seja necessário realizar percursos em vazio usando outras ligações que não estejam nesse sector. Como em muitas outras questões relacionadas com a sectorização, a decisão final sobre a definição mais adequada a considerar para a contiguidade está relacionada com uma análise detalhada da aplicação em causa.

No presente trabalho, tal como em muitos dos referidos na Secção 2.2.2, dá-se mais importância ao equilíbrio entre os sectores do que à sua contiguidade. Aqui, esta opção deve-se ao facto de se tratar de uma aplicação à recolha de resíduos, sendo dada uma explicação mais detalhada na Secção 3.1.

2.3 Recolha de resíduos

Os custos associados à recolha de resíduos são reconhecidos como sendo absorventes de uma fatia substancial dos gastos dos municípios (Beltrami e Bodin, 1974; Male e Liebman, 1978; Ghiani et al., 2005). Os custos totais de operação estão naturalmente relacionados com a eficiência de vários aspectos relacionados com a recolha. Entre estes estão a qualidade das rotas dos veículos, o tipo de veículo usado ou até mesmo a afectação de cada veículo a uma determinada zona para realizar a recolha.

Na Secção 2.3.1 é apresentada a motivação para a aplicação à recolha de resíduos porta-a-porta em zonas urbanas e na Secção 2.3.2 são focadas as vantagens decorrentes de estudar este problema numa perspectiva de sectorização. A seguir, na Secção 2.3.3, são explicadas as razões que levaram ao estudo integrado da sectorização e da determinação de viagens. A importância da modelação matemática da recolha de resíduos domésticos porta-a-porta tem dado origem a alguns trabalhos científicos nesta área. No final, na Secção 2.3.4, é feita referência a alguns casos descritos na literatura relacionados com o tema, abordando, quer a determinação de viagens, quer a definição de sectores ou ambos.

Uma vez que o presente trabalho diz respeito à recolha de resíduos porta-a-porta, associada, portanto, à travessia de arcos ou de arestas, não é feita referência a trabalhos em que a recolha esteja relacionada com a travessia de nodos.

2.3.1 Motivação para o estudo da gestão da recolha de resíduos

O estudo de modelos e métodos matemáticos para a gestão da recolha de resíduos urbanos porta-a-porta está relacionado com a necessidade de dotar os gestores de ferramentas de apoio à decisão. O desenvolvimento de modelos e métodos especialmente concebidos para esta área tem a ver com as suas especificidades. Por exemplo, a recolha de resíduos domésticos porta-a-porta tem algumas semelhanças com a entrega de correspondência, mas no primeiro caso podem existir segmentos de rua em que a recolha só se possa efectuar num dos sentidos, enquanto que no segundo é indiferente o sentido em que é feita a entrega. Particularidades desta ordem fazem com que tenham de ser desenvolvidos modelos e técnicas de resolução adaptados a cada caso, para que melhor representem a situação em análise.

A definição de zonas para a recolha de resíduos é feita, geralmente, de forma manual. Até mesmo as viagens dentro de cada zona são, por vezes, decididas pelos próprios motoristas. Um dos inconvenientes da definição manual das zonas de recolha é difi-

cultar a obtenção de rotas de recolha eficientes. Nos dias de hoje, situações destas ainda se verificam, mas a tendência é para se irem usando, cada vez mais, os meios computacionais de auxílio, especialmente em regiões de maiores dimensões, como as grandes cidades.

É algumas vezes referido que os ganhos conseguidos usando soluções obtidas computacionalmente não são significativos relativamente às implementações em vigor alcançadas com recurso a trabalho essencialmente manual. No entanto, é de salientar que estas últimas resultam de aperfeiçoamentos conseguidos ao longo de muito tempo, geralmente anos. Quando há alterações significativas, de população ou sazonais, por exemplo, não é possível conseguir soluções de qualidade razoável em tempo aceitável através de um processo excessivamente manual. A utilização de ferramentas computacionais de auxílio é uma alternativa eficiente, pois possibilita a exploração dos ganhos potenciais da redefinição do sistema de recolha, sem recurso a grandes investimentos a nível de pessoal (Male e Liebman, 1978).

Este trabalho pretende dar um contributo para a gestão de resíduos urbanos, do ponto de vista dos modelos e métodos de resolução relacionados com a sectorização da região de recolha e elaboração das viagens dos veículos.

2.3.2 A sectorização na recolha de resíduos

O custo total de operação vai muito para além do custo directo associado aos trajectos dos veículos. Há um conjunto de elementos difíceis de equacionar matematicamente mas que influenciam indirectamente os custos.

No contexto da recolha de resíduos e do ponto de vista prático, uma solução em que as viagens associadas a uma mesma equipa/veículo de recolha fiquem concentradas numa porção da região é preferível a uma solução de menor custo mas em que equipas/veículos diferentes actuem na mesma zona. Quando há um grande número de cruzamentos entre rotas de diferentes equipas de recolha, pode tornar-se mais difícil imputar responsabilidades aos trabalhadores quanto à qualidade do serviço realizado.

Deste ponto de vista, as viagens resultantes da resolução de um MCARP para a região total não são, na prática, as mais adequadas. A situação ideal seria conseguir, para cada equipa/veículo, concentrar o seu serviço numa sub-região (sector), mesmo sendo necessário percorrer, em vazio, sub-regiões afectas a outras equipas/veículos.

A insatisfação dos trabalhadores pode influenciar negativamente a despesa total, uma vez que pode traduzir-se numa redução da eficiência do serviço. Uma das causas para o descontentamento dos trabalhadores está relacionada com a quantidade do seu serviço face à quantidade de serviço realizado por outros trabalhadores. Associando as equipas a sectores em que o serviço esteja equilibrado, as viagens resultantes da resolução de um MCARP para cada sector vão ao encontro das pretensões dos trabalhadores.

O equilíbrio entre os sectores pode ser feito, por exemplo, relativamente ao tempo de serviço, à quantidade recolhida ou à duração total da recolha. Os dois primeiros são mais fáceis de concretizar: o tempo gasto no serviço de uma ligação ou a quantidade aí recolhida são perfeitamente conhecidos, pois são independentes das viagens. Pelo contrário, a duração total da recolha só pode ser calculada depois de obtidas as viagens, uma vez que só assim se podem determinar os tempos em vazio e de descarga de forma exacta.

Dadas as características do problema em análise, optou-se por tentar equilibrar a duração total da recolha, por se considerar mais justo do ponto de vista dos trabalhadores.

Relativamente ao MCARP, a sectorização tem também a vantagem de possibilitar o agrupamento de estatísticas por zona, para além de os condutores terem de memorizar um conjunto de ruas menos dispersas.

2.3.3 Estudo integrado da sectorização e obtenção de viagens

A recolha de resíduos inclui a tomada de decisões estratégicas, táticas e operacionais. Ao nível estratégico, que inclui as decisões a longo prazo, surgem opções relativamente ao tipo de recolha a efectuar – porta-a-porta ou colectiva –, à frequência de recolha, ao número de depósitos de resíduos a instalar e sua localização, etc. As decisões táticas,

a médio prazo, podem englobar a definição de zonas de recolha (sectores), o número de veículos a usar e de que dimensão, entre outras. O nível operacional diz respeito às decisões a curto prazo, incluindo geralmente a definição das viagens. A inclusão de qualquer decisão num dos níveis – estratégico, tático ou operacional – não é universal. Por exemplo, a divisão de uma região em sectores pode ser encarada como tática ou estratégica. As decisões a englobar em cada um dos níveis cabem aos agentes decisores.

A tomada de decisões a um nível tem, evidentemente, consequência nos níveis subsequentes. No que diz respeito à recolha de resíduos, por exemplo, a opção quanto aos sectores a formar ou ao tipo de frota devem ter em atenção informação sobre a estrutura da rede onde vai ser efectuada a recolha. Por este motivo, as decisões a tomar ao nível estratégico devem ter em atenção, tanto quanto possível, elementos informativos dos níveis tático e operacional, tal como no nível tático devem ser usados dados relativos aos níveis estratégico e operacional.

O que se verifica na literatura é que muitas vezes os problemas surgidos nos vários níveis são tratados de forma independente. Como exemplo, a localização de equipamentos, a divisão de uma região em sectores e a determinação de viagens são, muitas vezes, tratados separadamente.

O estudo integrado dos problemas de ordem estratégico-tático com os de cariz operacional é defendido por vários autores, com a finalidade de evitar a suboptimização sucessiva (Salhi e Rand, 1989; Cattrysse et al., 1997; Van Oudheusden et al., 1998; Simchi-Levi, 1992; Ghiani e Laporte, 2001).

Para um problema de localização e determinação de viagens, Salhi e Rand (1989) estudam a relação entre a qualidade da solução da localização e a qualidade da solução final incluindo as viagens. Considerando vários algoritmos para a optimização da localização dos depósitos, as soluções obtidas são ordenadas relativamente ao custo. Posteriormente, para cada solução da localização, são elaboradas as viagens, sendo também estas ordenadas em relação aos custos. Este estudo, para um conjunto de instâncias, revelou inconsistência nas ordenações. Ou seja, a melhor solução do ponto de vista da localização corresponde, não raras vezes, à pior solução em termos globais.

Estes autores sugerem então que se usem previsões relativas às viagens aquando da localização dos depósitos.

Considerando ainda os problemas de localização e determinação de viagens, Ghiani e Laporte (2001) defendem também que se obtêm melhores resultados quando a definição das viagens e a localização são feitas em simultâneo.

Relativamente à construção de zonas com vista à obtenção de circuitos para as operações de espalhar sal em regiões onde neva, em Cattrysse et al. (1997) e Van Oudheusden et al. (1998) é salientado que há fortes interacções entre a localização dos depósitos, o desenho de sectores e a elaboração de viagens.

Para um problema estocástico que envolve a localização, afectação e determinação de viagens, Simchi-Levi (1992) realça a importância da integração dos três níveis de decisão, embora saliente que, do ponto de vista prático, tal não é aceitável, dada a dimensão do problema resultante e a consequente dificuldade de resolução. Por essa razão, propõe um modelo hierárquico em que as decisões tomadas num nível têm em consideração estimativas do que sucederá em fases posteriores.

Nesta tese optou-se pelo estudo integrado da sectorização da rede de recolha e da determinação de viagens para os veículos, assumindo conhecida a localização do depósito, no contexto da recolha de resíduos urbanos porta-a-porta.

2.3.4 Aplicações descritas na literatura

A recolha de resíduos porta-a-porta tem sido tratada na literatura geralmente associada a aplicações concretas. De seguida são referidos alguns trabalhos publicados nesta área, sendo que a maioria deles aborda a questão na perspectiva da construção de viagens. Os trabalhos destacados estão organizados de acordo com o tipo de problema teórico subjacente, começando por aqueles que podem ser vistos exclusivamente como problemas de determinação de viagens, seguidos dos que são encarados como problemas de sectorização e, por fim, aqueles em que se pretende a determinação simultânea de sectores e de viagens.

A elaboração de viagens com vista à recolha de resíduos porta-a-porta é abordada na literatura em Mourão (1997), Mourão e Almeida (2000), Mourão e Amado (2005) e Ghiani et al. (2005). Estes trabalhos são descritos mais detalhadamente na Secção 2.1. Para além destes, são também de referir Amponsah e Salhi (2004), Del Pia e Filippi (2006) e Kim et al. (2006).

Amponsah e Salhi (2004) estudam a recolha de resíduos em países em desenvolvimento, no caso concreto do Gana, onde têm de ser tidos em conta, não só factores económicos, como ambientais, devido ao calor que se faz sentir na região. Por este motivo, consideram um CARP biobjectivo, para o qual desenvolvem uma heurística construtiva, aplicando posteriormente melhoramentos.

Em Del Pia e Filippi (2006) é considerada a recolha de resíduos numa cidade do norte de Itália, com a particularidade de ter depósitos móveis. Foi então usada uma generalização do CARP de modo a contemplar esta característica, para a qual foi desenvolvida uma heurística de pesquisa local.

A sectorização de redes de recolha de resíduos, sem a inclusão da determinação de viagens, foi estudada por Silva Gomes (1983), Hanafi et al. (1999) e Lin e Kao (2008). Estes trabalhos são referidos com mais detalhe na Secção 2.2.2.

Por último, a determinação de sectores incluindo também a elaboração de viagens para a recolha de resíduos é tratada em Male e Liebman (1978) e Mourão et al. (2009). Estes trabalhos são descritos mais pormenorizadamente na Secção 2.2.2.

Capítulo 3

Problema de Sectorização e Rotas nos Arcos (SARP)

Neste capítulo descreve-se o problema de sectorização e rotas nos arcos ou SARP (*Sectoring-Arc Routing Problem*). O SARP é ilustrado usando a recolha de resíduos urbanos, mas qualquer aplicação envolvendo a partição das ruas de uma cidade em sectores e a definição de viagens em cada sector poderá também ser modelada de forma semelhante. Após a introdução, na Secção 3.1, onde se define o SARP e a sua aplicação à recolha de resíduos, na Secção 3.2 modela-se o problema e apresenta-se a notação necessária. A Secção 3.3 é dedicada ao estudo da sua complexidade e na Secção 3.4 são descritas as instâncias usadas em testes. Este capítulo finaliza, na Secção 3.5, com a apresentação de um exemplo.

3.1 Introdução

Começa por caracterizar-se o sistema de recolha de resíduos sólidos urbanos considerado. Cada equipa de recolha, doravante designada por tripulação, é constituída por um motorista e, em geral, mais dois tripulantes. A cada tripulação está associado um veículo, representando portanto a mesma entidade. Cada veículo, e respectiva

tripulação, parte do depósito e dirige-se à zona onde vai efectuar a recolha. Durante o serviço, podem ser necessárias visitas intermédias à estação de despejo – que se supõe localizada no mesmo ponto do depósito –, para que não seja excedida a capacidade do veículo. Nestes casos, o veículo é descarregado e retomada a recolha. Finalizada a recolha, o veículo regressa ao depósito e descarrega pela última vez.

Designa-se por viagem o percurso efectuado por um veículo, desde que este sai do depósito até lá voltar para descarregar, incluindo o acto de descarga. O termo serviço (de um veículo) é usado para referir o conjunto de todas as viagens realizadas por um mesmo veículo. Assim, a duração total do serviço de um veículo é contabilizada desde que este sai do depósito pela primeira vez até que descarrega pela última vez, incluindo os tempos de descarga.

A definição de sectores e a determinação de viagens para a recolha urbana de resíduos porta-a-porta pode ser modelada por um SARP. Neste contexto, cada sector deve corresponder ao percurso a realizar por um veículo, que executará uma ou mais viagens até terminar o serviço correspondente. A duração total do serviço em cada sector não pode exceder um determinado limite conhecido.

Os sectores são formados com a finalidade de concentrar, numa dada zona da rede, o serviço associado a cada veículo. Esta concentração, conseguida requerendo que cada sector seja, tanto quanto possível, contíguo e compacto, tem vantagens do ponto de vista prático. Se for contíguo, tende a minorar o cruzamento com o serviço de outros sectores, permitindo clarificar a atribuição de responsabilidades em relação ao serviço prestado ou a prestar em cada segmento de rua. Por outro lado, sendo compacto, que se caracteriza por ter uma forma mais “arredondada” – em oposição a ser mais “alongado” –, é também preferido porque favorece a proximidade entre as ligações a servir.

O facto de ter cada sector associado a uma tripulação permite também diminuir as razões de conflito entre trabalhadores de tripulações diferentes, na medida em que é possível tentar equilibrá-los relativamente ao serviço. Optou-se por fazer o equilíbrio relativamente à duração total do serviço, por se ter considerado que as diferenças entre estas durações são potencialmente geradoras de mais conflitos do que, por exemplo,

as diferenças relativamente à quantidade total de resíduos recolhidos. A formação de sectores permite ainda que as estatísticas produzidas possam ser agrupadas por sector e que os motoristas tenham de memorizar conjuntos de ruas menos dispersas.

Apesar de, conforme exposto anteriormente, a contiguidade e o equilíbrio serem ambos importantes, deu-se mais relevância ao equilíbrio. Sendo a contiguidade uma característica a ter em consideração, do ponto de vista da recolha de resíduos é aceitável que, ocasionalmente, um veículo faça remoção de resíduos num local e depois tenha de se deslocar para um outro local não contíguo para continuar a recolha.

O SARP é definido num multigrafo misto, por se considerar que esta representação é a mais adequada para traduzir a estrutura de ruas de uma cidade quando o serviço a prestar se distribui ao longo de troços de rua. A frota é constituída por veículos idênticos que se encontram estacionados no depósito, simbolizado por um nodo. A cada ligação (arco ou aresta) está associada uma duração em vazio (*deadheading time*), que representa o tempo que um veículo que não esteja a realizar serviço demora a percorrê-la. De entre todas as ligações da rede, as que têm de ser sujeitas a recolha designam-se por ligações com procura.

No SARP, a quantidade de resíduos respeitantes a um sector obriga, em geral, a que o veículo a ele afecto tenha de efectuar várias viagens. Além disso, certos troços de rua são representados por arcos, mas outros – em que ambos os lados podem ser servidos em simultâneo e em qualquer direcção – são modelados por arestas. Assim, o problema de determinação de rotas nos arcos subjacente em cada sector pode ser modelado por um CARP misto (MCARP).

Em suma, com o SARP pretende fazer-se a partição das ligações com procura num número conhecido de sectores e resolver, em cada sector, um problema de roteamento, com procura nas ligações, num grafo misto com restrições de capacidade (MCARP), de forma a não ultrapassar o limite de duração dentro de cada sector e a minimizar a duração total das viagens no conjunto de todos os sectores.

3.2 Definição do problema e notação

Esta secção contém a modelação do SARP em rede e a notação necessária.

3.2.1 Multigrafo misto

O SARP pode ser modelado usando um multigrafo misto G^* . Um segmento de rua com procura (onde existem resíduos a recolher) é modelado de uma das três formas seguintes:

- por uma aresta, se representa uma rua de dois sentidos em que a recolha pode ser feita de ambos os lados em simultâneo e em qualquer sentido (recolha em ziguezague);
- por dois arcos de sentido inverso, se representa uma rua de dois sentidos em que a recolha de ambos os lados tem de ser feita separadamente (ruas largas ou com separador central);
- por um arco, se for uma rua de sentido único.

Uma rua sem procura que possa ser atravessada em qualquer sentido é representada por dois arcos de sentido inverso. Assim, um segmento de rua sem procura é representado por:

- um arco, se modelar uma rua de sentido único;
- dois arcos de sentido inverso, se modelar uma rua com dois sentidos.

Obtém-se um multigrafo quando existem arcos paralelos, por exemplo, para modelar uma rua larga de sentido único em que sejam necessárias duas travessias em separado para a recolha dos dois lados da rua, quando a recolha em ziguezague é demasiado arriscada.

Considere-se então o multigrafo misto $G^* = (N, A^* \cup E^*)$, em que:

- N é o conjunto de nodos, que representam o depósito, os cruzamentos de ruas e os extremos de ruas sem saída;
- $n = |N|$ é o número de nodos;
- $s \in N$ é o nodo que representa o depósito, onde se situam a tripulação, o local de descarga e a frota de veículos idênticos;
- A^* é o conjunto de arcos;
- E^* é o conjunto de arestas;
- $A^* \cup E^*$ constituem as ligações que modelam os segmentos de rua;
- $m^* = |A^*| + |E^*|$ é o número de ligações em G^* ;
- $A_R^* \subseteq A^*$ é o conjunto de arcos com procura ou arcos-tarefa;
- $E_R^* = E^*$ é o conjunto de arestas com procura ou arestas-tarefa. Tem-se $E_R^* = E^*$, pois, de acordo com o anteriormente exposto, apenas as ligações com procura que representam ruas de dois sentidos e cuja recolha pode ser feita em ziguezague são representadas por arestas;
- $A_R^* \cup E_R^*$ são as ligações que têm de ser servidas, chamadas ligações com procura ou tarefas;
- $|A_R^*| + |E_R^*|$ é o número de ligações com procura;
- W é a capacidade de cada veículo;
- L é a duração máxima do serviço de cada sector, representando o tempo de serviço máximo de um veículo.

3.2.2 Modelação em rede

Para simplificar a implementação, o multigrafo misto G^* é transformado num multigrafo $G = (N, A)$ totalmente orientado, em que:

- cada aresta $u = (i, j)$ com procura em G^* é substituída por dois arcos de sentido inverso, $u = (i, j)$ e $inv(u) = (j, i)$, em G , tal como proposto em Lacomme et al. (2001);
- $\sigma = (s, s)$ é o lacete-depósito (*depot-loop*), o lacete fictício que designa o depósito quando este tem de ser representado por um arco (vd. Sec. 3.2.3);
- $A = A^* \cup \{u, inv(u) \mid u \in E_R^*\} \cup \{\sigma\}$ é o conjunto de arcos;
- $m = |A| = |A^*| + 2 \cdot |E_R^*| + 1$ é o número total de arcos;
- os arcos de A são identificados por índices de 1 a $|A|$, em vez de pares de nodos, de forma a distinguir os arcos paralelos e a facilitar a consideração de viragens proibidas;
- cada arco $u \in A$ tem associados:
 - $b(u)$, o nodo inicial;
 - $e(u)$, o nodo final;
 - $d_u \geq 0$, a duração em vazio, que representa o tempo necessário para percorrer u sem efectuar recolha.

O multigrafo de procura $G_R = (N_R, R)$ é o subgrafo parcial induzido por N_R e R , sendo que:

- $R \subseteq A$ é o conjunto de arcos com procura do grafo G , que correspondem às ligações com procura em G^* ;
- $|R| = |A_R^*| + 2 \cdot |E_R^*|$ é o número de arcos com procura em G_R ;
- cada arco $u \in R$ tem, adicionalmente:
 - $q_u > 0$, procura que representa a quantidade de resíduos em u ;
 - $t_u \geq d_u$, duração de recolha, o tempo necessário para percorrer o arco u enquanto se recolhe a quantidade q_u ;

– $inv(u)$, indica se u representa um arco ou uma aresta (em G^*) e, neste caso, representa também o arco inverso de u . Assim,

- * $inv(u) = 0$, se $u \in A_R^*$, isto é, se o arco $u \in R$ corresponde a um arco com procura em G^* ;
- * $inv(u) = v$ e $inv(v) = u$, se $u \in E_R^*$, isto é, se os dois arcos inversos u e v correspondem a uma aresta com procura em G^* . Neste caso, tem-se também $d_u = d_v$, $t_u = t_v$ e $q_u = q_v$, sendo que apenas um destes arcos – u ou v – deve ser servido;

- $N_R \subseteq N$ é o conjunto de nodos extremos dos arcos com procura de R ;
- G_R não é necessariamente conexo;
- $Q_T = \sum_{u \in A_R^* \cup E_R^*} q_u$ designa a procura total.

Os valores de inv são usados pelos algoritmos para marcar, quer u quer v , quando a aresta por eles representada é servida. Os arcos de R são também designados por tarefas, mesmo sabendo que dois arcos u e v com $inv(u) = v$ representam a mesma aresta em G^* .

Assume-se ainda que:

- λ é a duração fixa da descarga dos resíduos de um veículo;
- a recolha de um arco não pode ser repartida por mais de um veículo nem por mais de uma viagem;
- todos os parâmetros são inteiros;
- G é fortemente conexo;
- nenhuma procura excede a capacidade W de um veículo;
- a duração máxima do serviço de um veículo, L , é suficiente para permitir que qualquer veículo deixe o depósito, alcance qualquer ligação com procura, que a recolha, volte de novo ao depósito e descarregue.

As três últimas condições são necessárias à existência de solução admissível para o SARP.

3.2.3 Viragens proibidas e medidas de proximidade

Em redes reais, principalmente as que representam cidades, é habitual existirem determinadas viragens não permitidas, que se podem designar por viragens proibidas. Estas viragens resultam da imposição de regras de trânsito, dado o seu inconveniente ou até mesmo a sua perigosidade, e, normalmente, estão relacionadas com determinadas viragem à esquerda em ruas de dois sentidos ou com a inversão de marcha em alguns cruzamentos. Assim, apesar de existir conexão entre duas ligações – que, em termos de rede, se caracteriza pela existência de um arco cujo nodo final coincide com o nodo inicial de um outro arco –, na prática, tal manobra não pode ser realizada.

Deste modo, na modelação em rede, e de forma a que as viragens proibidas possam ser tidas em atenção, para cada arco têm de ser conhecidos os seus sucessores permitidos, isto é, há que excluir do conjunto dos arcos sucessores aqueles que correspondem a viragens proibidas. Quaisquer caminhos na rede devem então ser determinados entre pares de arcos, em vez de entre pares de nodos.

Considerando apenas as viragens permitidas, são definidas duas medidas para avaliar a proximidade entre quaisquer dois arcos u e v de G . O lacete-depósito $\sigma = (s, s)$ (definido na secção anterior) foi adicionado a A para que a determinação da distância entre um arco e o depósito seja coerente com esta notação arco-arco.

A primeira medida de proximidade é D_{uv} , denominada D-dist:

- D_{uv} é a duração mínima do percurso em vazio de u para v , excluindo d_u e d_v , e usando apenas as viragens permitidas.

As durações d_u e d_v não são contabilizadas em D_{uv} para, na presença de viragens proibidas, facilitar operações como a inserção de tarefas em viagens. Nem sempre D_{uv} corresponde à duração do caminho mais curto em vazio do nodo $i = e(u)$ para o nodo

$j = b(v)$, devido à possibilidade de haver viragens proibidas.

Os valores de D-dist podem ser previamente calculados, usando uma adaptação, a redes com viragens proibidas, do algoritmo de Dijkstra para o problema de caminho mais curto (Cormen et al., 2001).

A segunda medida, U_{uv} , designada por U-dist, é uma versão “não orientada” de D-dist e definida pela Equação (3.1), onde o inverso de um arco u é considerado apenas quando existe, isto é, quando $inv(u) \neq 0$.

$$U_{uv} = \min\{D_{uv}, D_{u,inv(v)}, D_{inv(u),v}, D_{inv(u),inv(v)}, D_{vu}, D_{v,inv(u)}, D_{inv(v),u}, D_{inv(v),inv(u)}\} \quad (3.1)$$

Salienta-se o facto de estas medidas não serem verdadeiras métricas no sentido matemático, mesmo nos casos em que seja verificada a desigualdade triangular. De facto, D-dist não é simétrica, e $D_{uv} = 0$ se e só se u e v são arcos consecutivos (i.e., $e(u) = b(v)$) e não existe viragem proibida de u para v – ou seja, se v é sucessor permitido de u –, resultando, em geral, $D_{uu} \neq 0$. U-dist é simétrica mas $U_{uv} = 0$ se e só se v , ou $inv(v)$, é sucessor permitido de u , ou de $inv(u)$ – ou vice-versa –, ou se u e v representam a mesma aresta. No entanto, estas medidas adaptam-se bem a redes mistas com viragens proibidas. Nestas redes, a distância euclidiana não é tão adequada, pois não está associada ao verdadeiro caminho entre dois pontos.

3.2.4 Sectores, viagens e soluções

Na versão do SARP considerada neste trabalho, o número K de sectores é fixado à priori. Para uma sectorização ser válida ela tem de ser uma partição $S = \{R_1, R_2, \dots, R_K\}$ das tarefas de R (ou seja, $\cup_{k=1}^K R_k = R$ e $R_k \cap R_l = \emptyset, \forall k \neq l$), onde R_k é o conjunto de tarefas afectas ao sector k , $k = 1, 2, \dots, K$. Quando existem arestas, é ainda necessário que os dois arcos inversos que representam cada uma delas pertençam ao mesmo sector. N_k representa o conjunto de nodos extremos das tarefas de R_k , denominados nodos internos do sector k . Note-se que a partição é feita nos arcos com procura, donde, para

dois sectores k e l ($k \neq l$), $N_k \cap N_l$ pode ser não vazio, caso existam, pelo menos, dois arcos $u \in R_k$ e $v \in R_l$ adjacentes ou paralelos.

Define-se percurso num grafo orientado como uma sequência de arcos na forma $\{(u_1, u_2, \dots, u_h, \dots, u_H) \mid e(u_h) = b(u_{h+1}) \wedge 1 \leq h \leq H-1\}$. Define-se circuito como um percurso que verifica $e(u_H) = b(u_1)$.

Para um dado circuito c , R_c é o conjunto de tarefas servidas em c e Q_c é a procura total destas tarefas. Uma viagem c é um circuito especial com início e fim em s , que representa o percurso de um veículo desde que este sai do depósito até lá voltar para descarregar.

Uma viagem pode ser representada por uma sequência de índices de tarefas, entre duas cópias do lacete-depósito σ , implicitamente ligadas por caminhos mais curtos. O seu custo (duração), $cost(c)$, é a soma: i) dos tempos de recolha das tarefas; ii) dos tempos em vazio do depósito até à primeira tarefa, entre quaisquer duas tarefas consecutivas e da última tarefa até ao depósito; iii) e da duração fixa de descarga dos resíduos λ . Os tempos em vazio são facilmente obtidos usando os valores de D-dist previamente calculados. A procura total de uma viagem não poderá exceder a capacidade W do veículo.

A cada sector é afecto um veículo. Este efectua uma ou mais viagens, $p = 1, \dots, P$, cuja duração total não deve exceder o limite de duração L . O valor de P é definido para cada instância como adiante se verá (Sec. 3.4). O custo de um sector k , $cost(k)$, é a duração total das viagens do veículo a ele afecto.

Uma solução admissível do SARP, X , é definida por uma partição de R em K sectores e por um conjunto de viagens para cada sector, com as características descritas atrás. O seu custo é a soma dos custos dos seus sectores, isto é, $cost(X) = \sum_{k=1}^K cost(k)$.

3.3 Complexidade do SARP

Nesta secção é estabelecida a complexidade do SARP. A teoria da complexidade computacional e respectivos conceitos são tratados, por exemplo, em Garey e Johnson (1979). Uma das formas de concluir que um problema é NP-difícil consiste em mostrar que este inclui outros problemas NP-difíceis como casos particulares.

O SARP combina um problema de partição (NP-difícil, Karp (1972)), com K MCARP. O MCARP é NP-difícil (Belenguer et al., 2006), pois inclui casos particulares que são, também eles, NP-difíceis. Quando só existem arestas e o custo de serviço é igual ao custo em vazio, o MCARP reduz-se ao CARP não orientado tal como definido por Golden e Wong (NP-difícil, Golden e Wong (1981)). Para veículos de capacidade infinita, o MCARP reduz-se ao RPP misto (NP-difícil, Lenstra e Rinnooy Kan (1976)) e se, para além disso, todas as ligações tiverem procura, o MCARP reduz-se ao CPP misto (NP-difícil, Papadimitriou (1976)).

É então possível enunciar a proposição que se segue.

Proposição 3.1. *O SARP é um problema NP-difícil.*

Prova. Para um único sector, o SARP reduz-se ao MCARP, que é NP-difícil (Belenguer et al., 2006), donde resulta que o SARP é NP-difícil. \square

3.4 Instâncias do SARP

As instâncias do SARP usadas neste trabalho foram obtidas a partir de instâncias do MCARP, às quais foram adicionados os parâmetros relativos ao número máximo de viagens por sector, P , ao número de sectores, K , e ao limite de duração de cada sector, L . As instâncias do MCARP consideradas, todas elas planares, são conhecidas da literatura pelas designações *mval* e *lpr*.

3.4.1 Instâncias *smval*

As instâncias *mval*, descritas em Belenguer et al. (2006), foram deduzidas a partir das instâncias *val* criadas para o CARP (Benavent et al., 1992). As 34 instâncias *val* são não orientadas e todas as arestas têm procura, o que faz com que, na realidade, sejam instâncias do CPP não orientado com restrições de capacidade, um caso particular do CARP. Estas instâncias estão organizadas em 10 grupos de três ou quatro instâncias cada, com a mesma rede para cada grupo, diferindo apenas a capacidade do veículo.

Cada uma das instâncias *val* foi transformada numa instância *mval* do MCARP, conservando-se a capacidade dos veículos e a procura total. Garantindo a conectividade da rede, cada aresta foi: i) mantida com probabilidade 0.4, conservando o custo e procura originais; ii) substituída por dois arcos de sentido inverso com probabilidade 0.4, mantendo o custo e atribuindo metade da procura por cada um deles; ou iii) substituída por um único arco com probabilidade 0.2, com o mesmo custo e procura. Assim, as instâncias *mval* têm entre 24 e 50 nodos e entre 43 e 138 ligações (arestas e arcos), procura em todas as ligações e iguais durações em vazio e em serviço.

As instâncias do SARP resultantes a partir destas, às quais se deu o nome *smval*, têm os parâmetros adicionais P , K e L , respectivamente para o número máximo de viagens por sector, número de sectores e duração máxima do serviço em cada sector. As suas características são apresentadas na Tabela 3.1, onde constam: o nome da instância; o número de nodos, n ; o número de ligações, m^* (neste caso, igual ao número de ligações com procura, $|E_R^* \cup A_R^*|$); o número de arestas com procura, $|E_R^*|$, e de arcos com procura, $|A_R^*|$; a capacidade de cada veículo, W ; a percentagem da procura média por tarefa relativamente à capacidade de cada veículo, \bar{q}_u/W ; o número máximo de viagens por sector, P ; o número de sectores, K ; e a duração máxima do serviço por sector, L .

3.4.2 Instâncias *slpr*

As instâncias *lpr* do MCARP, apresentadas em Belenguer et al. (2006), são definidas em 15 ficheiros contendo 28–401 nodos, 52–1056 ligações (arestas e arcos), 0–387 arestas

Tabela 3.1: Características das instâncias *smval*

Instância	n	$m^* = E_R^* \cup A_R^* $	$ E_R^* $	$ A_R^* $	W	$\bar{q}_u/W(\%)$	P	K	L
smval1a	24	55	20	35	200	3	4	2	210
smval1b	24	51	13	38	120	6	6	3	200
smval1c	24	53	17	36	45	15	16	5	170
smval2a	24	44	16	28	180	4	4	2	300
smval2b	24	52	12	40	120	5	6	3	250
smval2c	24	49	14	35	40	16	16	4	320
smval3a	24	48	15	33	80	4	4	2	110
smval3b	24	45	16	29	50	6	6	2	130
smval3c	24	43	18	25	20	16	14	3	110
smval4a	41	95	26	69	225	3	6	2	460
smval4b	41	102	19	83	170	4	8	3	420
smval4c	41	103	21	82	130	5	10	4	370
smval4d	41	104	21	83	75	8	18	5	370
smval5a	34	96	22	74	220	3	6	2	490
smval5b	34	91	35	56	165	4	8	3	370
smval5c	34	98	17	81	130	5	10	3	440
smval5d	34	92	29	63	75	9	18	4	390
smval6a	31	69	22	47	170	4	6	2	260
smval6b	31	66	22	44	120	6	8	3	240
smval6c	31	68	23	45	50	13	20	4	210
smval7a	40	86	36	50	200	3	6	2	310
smval7b	40	91	25	66	150	4	8	3	310
smval7c	40	90	28	62	65	10	18	4	270
smval8a	30	96	20	76	200	3	6	2	450
smval8b	30	91	27	64	150	4	8	3	320
smval8c	30	83	28	55	65	10	18	4	320
smval9a	50	132	32	100	235	2	6	2	370
smval9b	50	120	44	76	175	3	8	3	290
smval9c	50	125	42	83	140	4	10	3	280
smval9d	50	131	38	93	70	7	20	4	260
smval10a	50	138	32	106	250	2	6	2	470
smval10b	50	134	33	101	190	3	8	3	390
smval10c	50	136	36	100	150	3	10	3	350
smval10d	50	129	42	87	75	7	20	3	400

com procura e 11 – 764 arcos com procura. Estas instâncias, compostas por três grupos, a , b e c , de cinco instâncias cada, simulam, respectivamente, cidades modernas (muitas ruas largas de dois sentidos, com os dois lados recolhidos de forma independente – arcos com procura), centros históricos de cidades antigas (maioria de ruas de sentido único – arcos com procura) e áreas suburbanas com pouco tráfego (maioria de ruas de dois sentidos com recolha em ziguezague – arestas com procura). Em todas as instâncias, o depósito é central (C) ou periférico (P), as procuras são quantidades de resíduos em quilogramas, os tempos em vazio e de recolha são dados em segundos e os veículos têm todos capacidade igual a 10 000 kg.

Para obter as instâncias SARP, designadas por $slpr$, adicionou-se o número máximo P de viagens por sector, a duração máxima do serviço $L = 21\,600\text{ s} = 6\text{ h}$, comum a todas as instâncias, e um número fixo K de sectores, específico para cada instância. As características das instâncias resultantes estão resumidas na Tabela 3.2: nome da instância; número de nodos, n , de ligações, m^* , de ligações com procura, $|E_R^* \cup A_R^*|$, de arestas com procura, $|E_R^*|$, e de arcos com procura, $|A_R^*|$; capacidade de cada veículo, W ; percentagem da procura média por tarefa relativamente à capacidade do veículo, \bar{q}_u/W ; o número máximo de viagens por sector, P ; número de sectores, K ; duração máxima do serviço por sector, L ; e a localização do depósito (Ct. – central; Pf. – periférico).

Tabela 3.2: Características das instâncias $slpr$

Instância	n	m^*	$ E^* $	$ A^* $	$ E_R^* \cup A_R^* $	$ E_R^* $	$ A_R^* $	W	$\bar{q}_u/W(\%)$	P	K	L	Loc. Dep.
slpr-a-01	28	94	0	94	52	0	52	10000	2	4	2	21600	Ct.
slpr-a-02	53	169	5	164	104	5	99	10000	2	6	2	21600	Pf.
slpr-a-03	146	469	33	436	304	33	271	10000	2	14	4	21600	Ct.
slpr-a-04	195	651	34	617	503	34	469	10000	2	22	7	21600	Pf.
slpr-a-05	321	1056	58	998	806	58	748	10000	2	36	12	21600	Pf.
slpr-b-01	28	63	5	58	50	5	45	10000	2	4	2	21600	Ct.
slpr-b-02	53	117	9	108	101	9	92	10000	2	6	2	21600	Ct.
slpr-b-03	163	361	26	335	305	26	279	10000	2	14	5	21600	Ct.
slpr-b-04	248	582	8	574	501	8	493	10000	2	22	8	21600	Pf.
slpr-b-05	401	876	37	839	801	37	764	10000	2	36	13	21600	Pf.
slpr-c-01	28	52	39	13	50	39	11	10000	3	4	2	21600	Pf.
slpr-c-02	53	101	77	24	100	77	23	10000	3	8	2	21600	Pf.
slpr-c-03	163	316	241	75	302	241	61	10000	3	20	6	21600	Pf.
slpr-c-04	277	604	362	242	504	362	142	10000	3	30	9	21600	Ct.
slpr-c-05	369	841	387	454	803	387	416	10000	3	46	14	21600	Ct.

3.4.3 Instâncias *slpr-01*

As instâncias descritas nesta secção foram geradas tendo em vista a identificação de características que evidenciassem vantagem em obter limites inferiores a partir de formulações para o SARP em vez de recorrer ao MCARP associado. Esta intenção levou a alterações no valor da capacidade dos veículos, como se explicará.

As instâncias *slpr-01* foram geradas a partir da divisão de cada uma das instâncias *slpr-a-01*, *slpr-b-01* e *slpr-c-01* em duas instâncias mais pequenas, *l* e *r*, representando, respectivamente, o lado esquerdo e o lado direito da rede. Foram assim obtidas seis novas instâncias base. Estas novas instâncias mantêm todas as características das originais, excepto o depósito, que passa a ser periférico, o número máximo de viagens por sector (P), a capacidade dos veículos (W), o número de sectores (K) e o limite de duração de cada sector (L). Fixando diferentes valores para estes parâmetros, obtiveram-se os quatro subconjuntos *slpr-01-21*, *slpr-01-23*, *slpr-01-34* e *slpr-01-25%21* de seis instâncias cada, que compõem o conjunto de instâncias *slpr-01*.

Na designação destas instâncias, o penúltimo algarismo refere-se ao número de sectores, enquanto que o último é o número esperado de viagens na solução óptima do MCARP associado. Assim, por exemplo, a instância *slpr-b-01-l34*, que faz parte do subconjunto *slpr-01-34*, representa o lado esquerdo da instância *slpr-b-01*, tem três sectores e a capacidade dos veículos é tal que são esperadas quatro viagens na solução óptima do MCARP associado.

No quarto subconjunto de instâncias, *slpr-01-25%21*, o número de tarefas foi reduzido, de forma a ter aproximadamente 25% das ligações com procura na sub-rede considerada da rede original, resultando em instâncias de procura mais dispersa.

As principais características de cada uma das instâncias dos subconjuntos *slpr-01-21*, *slpr-01-23*, *slpr-01-34* e *slpr-01-25%21* são apresentadas nas Tabelas 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6, respectivamente, mantendo a estrutura usada na Tabela 3.2 (instâncias *slpr*).

Os quatro subconjuntos de instâncias (*slpr-01-21*, *slpr-01-23*, *slpr-01-34* e *slpr-01-25%21*) que compõem as instâncias *slpr-01* serão referidos separadamente ou como

Tabela 3.3: Características das instâncias *slpr-01-21*

Instância	n	m^*	$ E^* $	$ A^* $	$ E_R^* \cup A_R^* $	$ E_R^* $	$ A_R^* $	W	$\bar{q}_u/W(\%)$	P	K	L	Loc. Dep.
slpr-a-01-l21	14	42	0	42	25	0	25	4700	4	2	2	3500	Pf.
slpr-a-01-r21	18	58	0	58	31	0	31	7200	3	2	2	4700	Pf.
slpr-b-01-l21	15	30	2	28	21	2	19	5000	5	2	2	3600	Pf.
slpr-b-01-r21	18	38	3	35	31	3	28	7700	3	2	2	5800	Pf.
slpr-c-01-l21	14	25	16	9	23	16	7	7500	4	2	2	4700	Pf.
slpr-c-01-r21	18	31	24	7	31	24	7	11000	3	2	2	6300	Pf.

Tabela 3.4: Características das instâncias *slpr-01-23*

Instância	n	m^*	$ E^* $	$ A^* $	$ E_R^* \cup A_R^* $	$ E_R^* $	$ A_R^* $	W	$\bar{q}_u/W(\%)$	P	K	L	Loc. Dep.
slpr-a-01-l23	14	42	0	42	25	0	25	1600	12	6	2	3800	Pf.
slpr-a-01-r23	18	58	0	58	31	0	31	2450	9	6	2	5200	Pf.
slpr-b-01-l23	15	30	2	28	21	2	19	1700	14	6	2	4000	Pf.
slpr-b-01-r23	18	38	3	35	31	3	28	2600	10	6	2	6150	Pf.
slpr-c-01-l23	14	25	16	9	23	16	7	2500	13	6	2	5200	Pf.
slpr-c-01-r23	18	31	24	7	31	24	7	3600	9	6	2	6800	Pf.

Tabela 3.5: Características das instâncias *slpr-01-34*

Instância	n	m^*	$ E^* $	$ A^* $	$ E_R^* \cup A_R^* $	$ E_R^* $	$ A_R^* $	W	$\bar{q}_u/W(\%)$	P	K	L	Loc. Dep.
slpr-a-01-l34	14	42	0	42	25	0	25	1200	16	8	3	3000	Pf.
slpr-a-01-r34	18	58	0	58	31	0	31	1850	13	8	3	4100	Pf.
slpr-b-01-l34	15	30	2	28	21	2	19	1300	18	8	3	3400	Pf.
slpr-b-01-r34	18	38	3	35	31	3	28	1950	13	8	3	4400	Pf.
slpr-c-01-l34	14	25	16	9	23	16	7	1900	17	8	3	4100	Pf.
slpr-c-01-r34	18	31	24	7	31	24	7	2700	13	8	3	5100	Pf.

Tabela 3.6: Características das instâncias *slpr-01-25%21*

Instância	n	m^*	$ E^* $	$ A^* $	$ E_R^* \cup A_R^* $	$ E_R^* $	$ A_R^* $	W	$\bar{q}_u/W(\%)$	P	K	L	Loc. Dep.
slpr-a-01-25%l21	14	42	0	42	11	0	11	2000	9	2	2	1800	Pf.
slpr-a-01-25%r21	18	58	0	58	15	0	15	3800	6	2	2	2800	Pf.
slpr-b-01-25%l21	15	31	2	30	8	1	7	1800	12	2	2	1800	Pf.
slpr-b-01-25%r21	18	41	3	41	10	0	10	2200	10	2	2	2000	Pf.
slpr-c-01-25%l21	14	36	16	31	7	5	2	2200	14	2	2	1800	Pf.
slpr-c-01-25%r21	18	49	24	43	8	6	2	2500	12	2	2	2000	Pf.

um todo, conforme seja mais adequado.

3.5 Exemplo

O exemplo que se segue é usado ao longo deste trabalho para ilustrar algumas situações.

Exemplo 3.1. Considere-se um problema definido pelo grafo totalmente orientado $G = (N, A)$, com as seguintes características: 9 nodos; 12 tarefas (provenientes de 10 arcos com procura e de 2 arestas com procura); 21 arcos (arcos em A , numerados de 1 a 21), dos quais 14 têm procura (arcos em R); $K = 3$ sectores; capacidade de cada veículo $W = 3$; duração máxima do serviço por sector $L = 34$; duração de cada descarga $\lambda = 1$; duração em vazio $d_u = 1, \forall u \in A$; duração em serviço $t_u = 5, \forall u \in R$; procura $q_u = 1, \forall u \in R$.

O grafo G pode ser representado como se mostra na Figura 3.1, onde cada arco é designado pelo número indicado junto a ele.

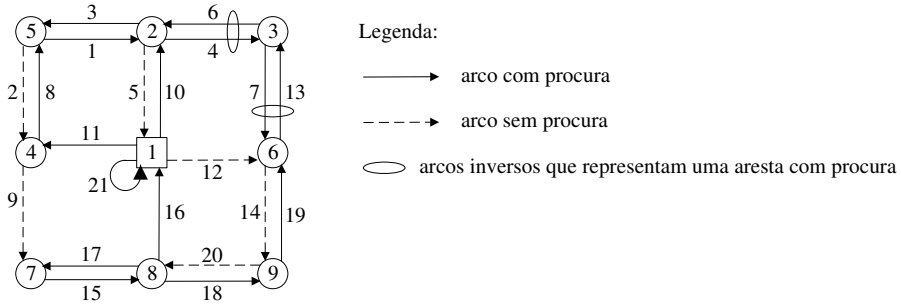


Figura 3.1: Grafo totalmente orientado (G)

□

Capítulo 4

Formulações e Limites Inferiores

O presente capítulo diz respeito a formulações matemáticas e obtenção de limites inferiores para o SARP. Os limites inferiores têm uma importância fundamental no estudo de problemas complexos, para os quais é frequente encontrar instâncias cuja resolução até à optimalidade não é possível em tempo útil. Nestes casos, recorre-se a métodos aproximados de resolução: as heurísticas para a determinação de soluções admissíveis desenvolvidas no Capítulo 5 são métodos deste tipo. A avaliação da qualidade das referidas soluções admissíveis baseia-se, entre outros critérios, no desvio do seu custo ao valor óptimo. Se o valor óptimo não for conhecido, consideram-se limites inferiores para este valor.

Na Secção 4.1 começa por definir-se a notação adicional necessária neste capítulo e na Secção 4.2 apresenta-se um modelo base para o SARP e a prova da sua validade. A Secção 4.3 é dedicada ao modelo reforçado, derivado do modelo base ao introduzirem-se desigualdades válidas e restrições de eliminação de soluções alternativas. Ainda na mesma secção, prova-se que o conjunto das soluções admissíveis da relaxação em programação linear do modelo reforçado está contido no conjunto das soluções admissíveis da relaxação em programação linear do modelo base e que existem instâncias do SARP para as quais o valor óptimo do primeiro problema é estritamente superior ao valor óptimo do segundo. Posteriormente, na Secção 4.4, são abordadas relaxações do SARP: a relaxação da existência de sectores, obtendo-se um MCARP; e a relaxação

da individualização de viagens, resultando num modelo agregado para o SARP. Na mesma secção, são ainda provadas algumas relações teóricas entre os valores óptimos dos problemas resultantes e é feita a comparação das relaxações em programação linear das formulações reforçada e agregada. Seguem-se os testes computacionais realizados, na Secção 4.5, sendo também referidos e comparados os diferentes limites inferiores obtidos, finalizando-se este capítulo destacando as principais conclusões, na Secção 4.6.

Neste capítulo, todas as soluções referidas para os exemplos apresentados foram obtidas recorrendo ao CPLEX, versão 11.0: no caso das soluções inteiras, usando a pesquisa em árvore; e no caso das relaxações em programação linear, usando o algoritmo primal do simplex.

4.1 Introdução

As formulações matemáticas para o SARP descritas neste capítulo foram desenvolvidas a partir de formulações para o M-CARP propostas por Gouveia et al. (2009). Estas formulações são geralmente designadas por *formulações de fluxos*, dado que a formação de viagens ilegais é impedida à custa da utilização de variáveis de fluxos, tal como sugerido em Golden e Wong (1981) para o CARP. A vantagem das formulações de fluxos está relacionada com o facto de o número de restrições necessárias para eliminar viagens ilegais ser polinomial, em contraste com as habituais restrições de eliminação de subcircuitos, que são em número exponencial. Em Gouveia et al. (2009) são focados quer os conceitos em que se baseiam quer as vantagens dos modelos aí apresentados para o M-CARP, face a outros modelos já existentes para problemas semelhantes. De modo a obter formulações para o SARP, foi necessário considerar a formação de sectores de duração limitada. Conseguem-se assim, tanto quanto se sabe, pela primeira vez, formulações válidas para o SARP com um número não exponencial de variáveis e de restrições, a partir das quais se obtêm soluções óptimas e limites inferiores.

Para além da simbologia introduzida no Capítulo 3, é necessária alguma notação adicional, apresentada de seguida.

- $G' = (N', A')$ é um multigrafo aumentado totalmente orientado, obtido a partir do grafo $G = (N, A)$;
- s' é um nodo artificial que representa uma cópia do nodo depósito s ;
- $N' = N \cup \{s'\}$ é o conjunto dos nodos do grafo G' ;
- $A'_{s-} = \{u' = (i, s') \mid u = (i, s) \in A\}$ é o conjunto dos arcos artificiais que têm s' como nodo final, associados aos arcos de A que têm s como nodo final, com igual procura, duração em serviço e duração em vazio;
- $A'_{s+} = \{u' = (s', j) \mid u = (s, j) \in A\}$ é o conjunto dos arcos artificiais que têm s' como nodo inicial, associados aos arcos de A que têm s como nodo inicial, com igual procura, duração em serviço e duração em vazio;
- $u' \in A'_{s-} \cup A'_{s+}$ representa o arco artificial associado ao arco $u \in A$;
- $A' = A \setminus \{\sigma\} \cup A'_{s-} \cup A'_{s+}$ é o conjunto dos arcos de G' ;
- $\Gamma^-(i) = \{u \mid u \in A' \wedge e(u) = i\}$ é o conjunto dos arcos de A' que têm $i \in N'$ como nodo final;
- $\Gamma^+(i) = \{u \mid u \in A' \wedge b(u) = i\}$ é o conjunto dos arcos de A' que têm $i \in N'$ como nodo inicial;
- $R' \subseteq A'$ é o conjunto dos arcos com procura do grafo G' , isto é, $R' = R \cup \{u' \mid u' \in A'_{s-} \cup A'_{s+} \wedge q_{u'} > 0\}$
- $\Gamma_{R'}^-(i) = \Gamma^-(i) \cap R'$ é o conjunto dos arcos com procura em $\Gamma^-(i)$;
- $\Gamma_{R'}^+(i) = \Gamma^+(i) \cap R'$ é o conjunto dos arcos com procura em $\Gamma^+(i)$;
- $G'_R = (N'_R, R')$ é o subgrafo parcial do grafo G' , à semelhança de G_R relativamente a G ;
- $v(J)$ representa o valor óptimo de um modelo J ;
- \bar{J} designa a relaxação em programação linear de um modelo J .

O nodo artificial s' e os arcos artificiais de $A'_{s-} \cup A'_{s+}$ são usados para modelar a situação em que um veículo passa pelo depósito a meio da viagem sem efectuar descarga e, como tal, sem contabilizar o valor λ correspondente. A cada arco u de A , com nodo inicial ou final no depósito, está associado um arco artificial u' em $A'_{s-} \cup A'_{s+}$. Se u corresponder a um arco com procura de A_R^* , então será necessário assegurar que um e apenas um dos arcos u' e u será servido. No caso de se tratar de uma aresta com procura de E_R^* , representada pelos arcos u e $inv(u)$ em A , então será necessário garantir que, de entre os arcos u , $inv(u)$, u' e $inv(u)'$, um e só um será servido.

Todas as formulações apresentadas neste capítulo são válidas para multigrafos, dado que os arcos são identificados por índices em vez de pares de nodos. Nestas formulações não é contemplada a existência de viragens proibidas, embora possam generalizar-se para esse caso.

Por conveniência, sempre que com isso se simplifique a representação, referem-se as ligações com procura $u \in A_R^*$ ou $u \in E_R^*$ do grafo misto G^* , em vez dos arcos com procura $u \in R'$ do grafo aumentado G' .

4.2 Formulação base – F

A formulação F é a que serve de base às restantes formulações para o SARP, tendo sido derivada a partir de uma formulação válida para o MCARP apresentada em Gouveia et al. (2009).

Consideram-se as seguintes variáveis, definidas sobre o grafo G' , para cada sector $k = 1, \dots, K$ e para cada uma das suas viagens $p = 1, \dots, P$:

- x_u^{pk} é uma variável binária, igual a 1 se o arco $u \in R'$ é servido pela viagem p do sector k e igual a 0 em caso contrário;
- y_u^{pk} representa o número de vezes que o arco $u \in A'$ é percorrido em vazio na viagem p do sector k ;

- f_u^{pk} representa o fluxo que atravessa o arco $u \in A'$ na viagem p do sector k .

Recorde-se que, para cada sector estão definidas não mais de P viagens, de índices 1 a P , podendo, no total, existir até KP viagens (vd. Sec. 3.2.4).

O problema da determinação de viagens, com início e fim no depósito, de duração total mínima, satisfazendo a procura e respeitando a capacidade dos veículos, formando K sectores, cada um deles de duração total que não exceda o limite máximo L , pode então ser formulado matematicamente como se segue.

(F)

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u y_u^{pk} + \sum_{u \in R'} t_u x_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} y_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} x_u^{pk} \right) \quad (4.1a)$$

$$\text{s. a: } \sum_{u \in \Gamma^+(i)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(i)} x_u^{pk} = \sum_{u \in \Gamma^-(i)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} x_u^{pk} \quad (\forall i \in N'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1b)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (x_u^{pk} + x_{u'}^{pk}) = 1 \quad (\forall u \in A_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1c)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P x_u^{pk} = 1 \quad (\forall u \in A_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1d)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (x_u^{pk} + x_{inv(u)}^{pk} + x_{u'}^{pk} + x_{inv(u)'}^{pk}) = 1 \quad (\forall u \in E_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1e)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (x_u^{pk} + x_{inv(u)}^{pk}) = 1 \quad (\forall u \in E_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1f)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \leq 1 \quad (p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1g)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^{pk} = \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^{pk} \quad (\forall i \in N' \setminus \{s\}; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1h)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^{pk} = \sum_{u \in R'} q_u x_u^{pk} \quad (p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1i)$$

$$f_u^{pk} \leq W (y_u^{pk} + x_u^{pk}) \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1j)$$

$$f_u^{pk} \leq W y_u^{pk} \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1k)$$

$$\sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u y_u^{pk} + \sum_{u \in R'} t_u x_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} y_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} x_u^{pk} \right) \leq L \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.1l)$$

$$\sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right) \geq 1 \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.1m)$$

$$x_u^{pk} \in \{0, 1\} \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1n)$$

$$y_u^{pk} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad (\forall u \in A'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1o)$$

$$f_u^{pk} \geq 0 \quad (\forall u \in A'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1p)$$

O objectivo (4.1a) consiste em minimizar a duração total das viagens. As restrições (4.1b) garantem que cada veículo, em cada viagem, parte de cada nodo tantas vezes quantas as que chega, ou seja, asseguram a continuidade de cada viagem em cada nodo. As restrições (4.1c), (4.1d), (4.1e) e (4.1f) obrigam a que cada arco e aresta com procura seja servido exactamente uma vez, numa só viagem de um dos sectores.

As restrições (4.1g) asseguram que, para cada viagem de cada sector, há no máximo um arco a sair do depósito, garantindo que a duração de descarga só é contabilizada uma vez por viagem. A formação de viagens ilegais (i.e., que não incluem o depósito), é evitada pelas restrições (4.1h), (4.1i), (4.1j) e (4.1k) – vd. Lema 4.2.

As restrições (4.1j) e (4.1k) limitam superiormente os valores das variáveis de fluxo, obrigando a que o fluxo num arco não atravessado por uma viagem de um sector seja nulo. Conjuntamente com as restrições (4.1g) e (4.1i), garantem ainda que a capacidade do veículo, W , não é excedida em cada viagem – vd. Lema 4.1.

As restrições (4.1l) impõem a duração máxima para as viagens de um sector e as (4.1m) asseguram que cada sector contém pelo menos uma viagem, ou seja, que são usados exactamente K sectores.

Finalmente, as restrições (4.1n), (4.1o) e (4.1p) definem as variáveis usadas.

Na formulação F são consideradas $KP|R'|$ variáveis de serviço, $KP|A'|$ de percurso em vazio e $KP|A'|$ de fluxo, donde resultam $KP(2|A'| + |R'|)$ variáveis. Esta formulação

inclui ainda $K(P(2|N'| + |A'| + 1) + 2) + |E_R^*| + |A_R^*|$ restrições. Estes valores podem ser dados de forma mais sintética. Por um lado, $O(|N'|) = O(n)$, $O(|A'|) = O(m^*)$ e, sendo $|E_R^*| + |A_R^*| \leq m^*$, tem-se $O(|E_R^*| + |A_R^*|) = O(m^*)$. Por outro, para redes que representam ruas de zonas urbanas, $m^* \approx 4n$. Deste modo, o modelo F tem $O(KPm^*)$ variáveis e $O(KPm^*)$ restrições.

Na proposição apresentada de seguida mostra-se que, a partir das restrições (4.1h) e (4.1i), fica garantido o fluxo à entrada do depósito. Deste modo, as viagens ilegais são evitadas sem que seja necessário incluir na formulação as restrições de fluxo à entrada do depósito.

Proposição 4.1. *Qualquer solução admissível de F verifica as restrições de fluxo à entrada do depósito, ou seja,*
$$\sum_{u \in \Gamma^-(s)} f_u^{pk} = \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} q_u x_u^{pk} \quad (p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K).$$

Prova. Somando as restrições (4.1h) em $i \in N' \setminus \{s\}$, tem-se, para $p = 1, \dots, P$ e $k = 1, \dots, K$,

$$\sum_{i \in N' \setminus \{s\}} \left(\sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^{pk} \right) = \sum_{i \in N' \setminus \{s\}} \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^{pk},$$

que é equivalente a

$$\sum_{i \in N'} \sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^-(s)} f_u^{pk} - \sum_{i \in N'} \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^{pk} = \sum_{i \in N'} \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} q_u x_u^{pk}.$$

Sendo $\sum_{i \in N'} \sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^{pk} = \sum_{i \in N'} \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^{pk}$ e $\sum_{i \in N'} \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^{pk} = \sum_{u \in R'} q_u x_u^{pk}$, a equação anterior pode reescrever-se na forma

$$\sum_{u \in \Gamma^-(s)} f_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^{pk} = - \sum_{u \in R'} q_u x_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} q_u x_u^{pk},$$

e, pelas restrições (4.1i), obtém-se então

$$\sum_{u \in \Gamma^-(s)} f_u^{pk} = \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} q_u x_u^{pk},$$

para $p = 1, \dots, P$ e $k = 1, \dots, K$. Fica assim provado que, para cada viagem de cada sector, o fluxo que chega ao depósito é igual à procura total dos arcos servidos cujo nodo final é o depósito. \square

Os três lemas e o teorema que se seguem provam a validade do modelo F para o SARP.

Uma solução admissível para o SARP tem de ser constituída por um conjunto de sectores, dentro dos quais não seja excedido o limite de duração, e por um conjunto de viagens que sirva todas as tarefas, de tal modo que cada viagem respeite a capacidade do veículo e constitua um percurso com início e fim no depósito.

O Lema 4.1, apresentado de seguida, estabelece que as restrições (4.1g), (4.1i), (4.1j) e (4.1k) são suficientes para garantir que a capacidade do veículo não é excedida em cada viagem.

Lema 4.1. *Qualquer solução admissível de F verifica as restrições de capacidade dos veículos, ou seja, $\sum_{u \in R'} q_u x_u^{pk} \leq W$ ($p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K$).*

Prova. Somando as restrições (4.1j) e (4.1k) para todos os arcos $u \in \Gamma^+(s)$, tem-se

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^{pk} \leq W \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right)$$

e, das restrições (4.1g), resulta

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^{pk} \leq W.$$

Finalmente, pelas restrições (4.1i), vem

$$\sum_{u \in R'} q_u x_u^{pk} \leq W.$$

□

No próximo lema prova-se que cada viagem começa e termina no depósito.

Lema 4.2. *Os percursos identificados em qualquer solução admissível de F representam viagens de veículos.*

Prova. Este resultado é provado mostrando que, numa solução admissível, qualquer percurso que serve arcos com procura representa um circuito que inclui o depósito.

Considere-se o subconjunto dos arcos com procura servido pelo percurso p do sector k , e sejam $Q_{pk} > 0$ a respectiva procura servida e S o conjunto dos nodos da componente conexa associada a esse percurso e a esse sector. Para quaisquer subconjuntos $S_1 \subseteq N'$ e $S_2 \subseteq N'$, seja $(S_1, S_2) = \{u \in A' \mid b(u) \in S_1 \wedge e(u) \in S_2\}$ e represente-se $x_{S_1, S_2}^{pk} = \sum_{u \in (S_1, S_2) \cap R'} x_u^{pk}$, $y_{S_1, S_2}^{pk} = \sum_{u \in (S_1, S_2)} y_u^{pk}$ e $f_{S_1, S_2}^{pk} = \sum_{u \in (S_1, S_2)} f_u^{pk}$.

Assuma-se que o conjunto de nodos S da componente associada ao percurso p do sector k forma uma componente conexa isolada que não inclui o depósito, ou seja, $S \subseteq N' \setminus \{s\}$, e $s \in \bar{S} = N' \setminus S$.

Somando as restrições (4.1h) para os nodos $i \in S$, obtém-se

$$\sum_{i \in S} \left(\sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^{pk} \right) = \sum_{i \in S} \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^{pk},$$

que é equivalente a

$$f_{S, S}^{pk} + f_{\bar{S}, S}^{pk} - f_{S, S}^{pk} - f_{S, \bar{S}}^{pk} = Q_{pk},$$

donde,

$$f_{\bar{S},S}^{pk} = f_{S,\bar{S}}^{pk} + Q_{pk}.$$

Dado que $f_{S,\bar{S}}^{pk} \geq 0$ e que, por hipótese, $Q_{pk} > 0$, então $f_{\bar{S},S}^{pk} > 0$ e, pelas restrições (4.1j), tem-se

$$x_{\bar{S},S}^{pk} > 0 \vee y_{\bar{S},S}^{pk} > 0.$$

Então, S não forma uma componente conexa isolada do depósito. Assim, juntamente com as restrições de equilíbrio (4.1b), todo o percurso p de um sector k representa uma viagem de um veículo. \square

O lema seguinte assegura que todas as ligações com procura são servidas.

Lema 4.3. *Todas as ligações com procura são servidas em qualquer solução admissível de F .*

Prova. Para cada arco com procura, $u \in A_R^*$, duas situações podem ocorrer:

1. o depósito é vértice inicial ou vértice final de u . Neste caso, R' inclui o arco u e o arco artificial u' que lhe está associado. A procura de u e de u' é q_u e tem de ser satisfeita uma única vez, o que é garantido pela restrição (4.1c);
2. o depósito não é vértice inicial nem vértice final de u . Neste caso, R' inclui u . A restrição (4.1d) garante que a procura de u é satisfeita uma única vez.

Para cada aresta com procura, $u \in E_R^*$, duas situações podem ocorrer:

1. o depósito é vértice inicial ou vértice final de u . Neste caso, R' inclui os arcos u , $inv(u)$, u' e $inv(u)'$. A procura destes arcos é q_u e tem de ser satisfeita uma única vez, o que é garantido pela restrição (4.1e);

2. o depósito não é vértice inicial nem vértice final de u . Neste caso, R' inclui os arcos u e $inv(u)$. A procura destes arcos é q_u e tem de ser satisfeita uma única vez, o que é garantido pela restrição (4.1f).

□

Com o auxílio dos três lemas anteriores, a validade da formulação F é provada no teorema que se segue.

Teorema 4.1. *A formulação F é válida para o SARP.*

Prova. Qualquer solução admissível é formada por: i) um conjunto de K sectores (restrições (4.1m)) em que não é excedido o seu limite de duração (restrições (4.1l)) e por ii) um conjunto de viagens construídas a partir do depósito (Lema 4.2), cada uma delas não excedendo a capacidade do veículo (Lema 4.1) e servindo todos as ligações com procura (Lema 4.3). Conclui-se assim que a formulação F é válida para o SARP. □

4.3 Modelo reforçado – RF

Nesta secção introduzem-se novas famílias de restrições destinadas a reforçar o modelo F . Na Secção 4.3.1, apresentam-se desigualdades válidas para o SARP, com o propósito de procurar melhorar o limite inferior obtido a partir da relaxação em programação linear e, na Secção 4.3.2, referem-se desigualdades cuja finalidade é a de eliminar soluções alternativas para o problema. Em seguida, na Secção 4.3.3, apresenta-se a formulação RF derivada adicionando as referidas desigualdades a F e, na Secção 4.3.4, comparam-se teoricamente os valores produzidos resolvendo as relaxações em programação linear de ambas as formulações. Finalmente, na Secção 4.3.5, são mostrados vários resultados relativos ao modelo RF .

4.3.1 Desigualdades válidas

Como se sabe, a relaxação em programação linear \bar{J} de uma formulação J obtém-se substituindo as condições de integralidade das variáveis por condições de continuidade. O valor da solução óptima de \bar{J} constitui um limite inferior (problema de minimização) ou superior (problema de maximização) para o valor óptimo do problema. Naturalmente, pretendem derivar-se formulações tais que o limite inferior (superior) obtido se aproxime do valor óptimo do problema.

É possível derivar uma versão fortalecida de um modelo \bar{J} adicionando-lhe desigualdades válidas (i.e., desigualdades verificadas por todas as soluções admissíveis do problema em estudo) não implicadas pelas restantes restrições em \bar{J} . No caso de um problema de minimização (maximização), o valor produzido ao resolver a relaxação em programação linear do novo modelo é não inferior (superior) ao produzido resolvendo a relaxação em programação linear do modelo original. Para algumas instâncias poderá verificar-se a desigualdade estrita. Sobre este tema veja-se, por exemplo, Wolsey (1998).

De seguida são apresentados três conjuntos de desigualdades válidas para o SARP. As desigualdades (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) e (4.6) baseiam-se em reforços anteriormente propostos para o M-CARP (Gouveia et al., 2009).

Melhoramento dos limites superiores para as variáveis de fluxo

Pelas restrições (4.1h) e (4.1i), sabe-se que o valor do fluxo em cada arco, de cada viagem e de cada sector, não pode ser superior à procura total dos arcos servidos por um veículo nessa viagem. Sendo assim, nas restrições (4.1j) e (4.1k), W pode ser substituído pelo valor óptimo, M , do problema de *subset sum* (SSP – *Subset Sum Problem*) apresentado abaixo, onde M representa a procura máxima compatível com a capacidade do veículo.

O SSP é um caso particular do problema de saco-mochila (KP – *Knapsack Problem*) em que são iguais os coeficientes de uma mesma variável na função objectivo e na restrição do problema. O SSP e, consequentemente, o KP são NP-difíceis. No entanto, para os

SSP resultantes das instâncias do SARP em estudo, a sua resolução é possível em tempo bastante reduzido, como se verá mais tarde nos resultados computacionais (Sec. 4.5.2). Sobre estes dois problemas, SSP e KP, veja-se, por exemplo, o livro Martello e Toth (1990). O SSP que se pretende resolver é então:

$$\begin{aligned}
 M = \max \quad & \sum_{u \in A_R^* \cup E_R^*} q_u x_u \\
 \text{s. a:} \quad & \sum_{u \in A_R^* \cup E_R^*} q_u x_u \leq W \\
 & x_u \in \{0, 1\} \quad (\forall u \in A_R^* \cup E_R^*)
 \end{aligned}$$

onde x_u é uma variável binária que toma o valor 1 se o arco $u \in A_R^* \cup E_R^*$ é considerado e o valor 0 no caso contrário.

Sendo assim, as restrições (4.1j) e (4.1k) podem ser substituídas, respectivamente, pelas condições (4.2) e (4.3) apresentadas de seguida:

$$f_u^{pk} \leq M (y_u^{pk} + x_u^{pk}) \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.2)$$

$$f_u^{pk} \leq M y_u^{pk} \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.3)$$

Limites inferiores para as variáveis de fluxo

No que diz respeito aos arcos com procura, o valor do fluxo é não inferior à procura de cada um dos arcos servidos na viagem. Esta observação permite escrever (4.4).

Nos arcos que não requerem procura, o valor do fluxo está relacionado, da forma que se segue, com o número de vezes que o arco é percorrido em vazio:

1. se o arco é percorrido uma única vez, duas situações podem ocorrer:

- (a) toda a procura da viagem já foi satisfeita e o veículo dirige-se ao depósito.

Neste caso, o valor do fluxo é zero e o valor da variável y associada é um.

Desta observação resulta a validade de (4.5) neste caso;

(b) há procura ainda por satisfazer na viagem. Neste caso, o fluxo é maior do que zero. Como o valor da variável y associada é um, conclui-se que (4.5) também é válida nesta situação.

2. se o arco é percorrido em vazio mais do que uma vez, então alguma procura é satisfeita entre cada duas passagens, caso contrário, a solução admissível associada seria sempre de valor superior ao da que se obtém eliminando o subcircuito. Observando que $q_u \geq 1$ para todo o arco $u \in R'$, conclui-se que, também neste caso, (4.5) é válida.

Com base nestas observações e na definição de variáveis, conclui-se a validade das restrições (4.5).

$$f_u^{pk} \geq q_u x_u^{pk} \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.4)$$

$$f_u^{pk} \geq y_u^{pk} - 1 \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.5)$$

Limite inferior para o número de viagens

Recorde-se que uma viagem se inicia sempre no depósito. Logo, o número total de viagens na solução é igual ao número total de arcos com nodo inicial no depósito. Por sua vez, o número total de viagens tem de ser suficiente para satisfazer a procura total, Q_T . Tendo em consideração estas observações e que a capacidade de cada veículo é W , pode escrever-se:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right) \geq \frac{Q_T}{W}.$$

Pela definição de variáveis, o lado esquerdo desta expressão é inteiro. Sendo assim, o lado direito pode ser arredondado ao inteiro imediatamente superior, obtendo-se então

a desigualdade válida

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right) \geq \left\lceil \frac{Q_T}{W} \right\rceil, \quad (4.6)$$

que representa um limite inferior para o número de viagens necessárias para satisfazer a procura.

O limite inferior para o número de viagens necessárias pode ainda ser obtido através da resolução de um problema de empacotamento (BPP – *Bin-Packing Problem*), onde os pesos dos elementos são dados pelas procuras das tarefas e os recipientes, representando as viagens dos veículos, têm capacidade W . Apesar de ser NP-difícil, o BPP pode ser resolvido para determinadas instâncias (Martello e Toth, 1990), tal como sucede para aquelas que se obtêm a partir das instâncias SARP em estudo (resultados computacionais na Secção 4.5.3). O problema de empacotamento que é necessário resolver é então dado por:

$$B = \min \sum_{p=1}^{KP} y_p \quad (4.7a)$$

$$\text{s. a: } \sum_{p=1}^{KP} x_u^p = 1 \quad (\forall u \in A_R^* \cup E_R^*) \quad (4.7b)$$

$$\sum_{u \in A_R^* \cup E_R^*} q_u x_u^p \leq W y_p \quad (p = 1, \dots, KP) \quad (4.7c)$$

$$x_u^p \in \{0, 1\} \quad (\forall u \in A_R^* \cup E_R^*; p = 1, \dots, KP) \quad (4.7d)$$

$$y_p \in \{0, 1\} \quad (p = 1, \dots, KP) \quad (4.7e)$$

onde x_u^p é uma variável binária, que toma o valor 1 se o arco $u \in A_R^* \cup E_R^*$ é afecto à viagem p ($p = 1, \dots, KP$) e o valor 0 em caso contrário, e a variável y_p , também binária, assume o valor 1 se a viagem p ($p = 1, \dots, KP$) é usada e o valor 0 em caso contrário.

O valor óptimo deste problema, B , fornece um limite inferior para o número de viagens

necessárias para satisfazer a procura, obtendo-se a desigualdade válida:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right) \geq B. \quad (4.8)$$

Seja x_u^p, y_p ($\forall u \in A_R^* \cup E_R^*, p = 1, \dots, KP$) a solução óptima do BPP e B o seu valor.

Então, tem-se

$$B \stackrel{(4.7a)}{=} \sum_{p=1}^{KP} y_p \stackrel{(4.7c)}{\geq} \frac{\sum_{p=1}^{KP} \sum_{u \in A_R^* \cup E_R^*} q_u x_u^p}{W} \stackrel{(4.7b)}{=} \frac{\sum_{u \in A_R^* \cup E_R^*} q_u}{W} = \frac{Q_T}{W},$$

e, sendo $B \in \mathbb{N}$, resulta então $B \geq \left\lceil \frac{Q_T}{W} \right\rceil$. Conclui-se assim que a desigualdade válida (4.6) é implicada pela desigualdade válida (4.8).

4.3.2 Eliminação de soluções alternativas

A eliminação de soluções alternativas pode fazer diminuir o tempo de obtenção de soluções óptimas. Relativamente às viagens em cada sector, existem soluções alternativas que diferem apenas nos índices das viagens usadas, ou seja, obtêm-se diferentes soluções de igual valor permutando os índices das viagens. Considerando as desigualdades (4.9) apresentadas abaixo, rejeitam-se parte destas soluções alternativas, ao não permitir que os índices de uma solução com P_1 viagens excedam P_1 .

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \geq \sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{p+1,k} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{p+1,k} \quad (p = 1, \dots, P-1; k = 1, \dots, K) \quad (4.9)$$

Note-se que estas desigualdades diferem das anteriores, no sentido em que não se destinam a procurar melhorar o valor produzido ao resolver a relaxação em programação linear do modelo.

4.3.3 Formulação RF

A formulação RF é uma reformulação do modelo F , que se obtém adicionando, a esta última, os três conjuntos de desigualdades válidas e as restrições de eliminação de soluções alternativas descritas nas Secções 4.3.1 e 4.3.2. Assim, os grupos de restrições (4.1j) e (4.1k) são substituídos, respectivamente, por (4.2) e (4.3) e são adicionadas as restrições (4.4), (4.5), (4.8) e (4.9). Com esta reformulação, espera-se a determinação de melhores limites inferiores e a aceleração da obtenção da solução óptima.

Considerando as variáveis definidas para F (pág. 64), obtém-se então a formulação seguinte:

(RF)

$$\min \quad \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u y_u^{pk} + \sum_{u \in R'} t_u x_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} y_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} x_u^{pk} \right) \quad (4.1a)$$

$$\text{s. a:} \quad \sum_{u \in \Gamma^+(i)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(i)} x_u^{pk} = \sum_{u \in \Gamma^-(i)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} x_u^{pk} \quad (\forall i \in N'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1b)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (x_u^{pk} + x_{u'}^{pk}) = 1 \quad (\forall u \in A_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1c)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P x_u^{pk} = 1 \quad (\forall u \in A_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1d)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (x_u^{pk} + x_{inv(u)}^{pk} + x_{u'}^{pk} + x_{inv(u)'}^{pk}) = 1 \quad (\forall u \in E_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1e)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (x_u^{pk} + x_{inv(u)}^{pk}) = 1 \quad (\forall u \in E_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.1f)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \leq 1 \quad (p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1g)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^{pk} = \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^{pk} \quad (\forall i \in N' \setminus \{s\}; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1h)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^{pk} = \sum_{u \in R'} q_u x_u^{pk} \quad (p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1i)$$

$$f_u^{pk} \leq M (y_u^{pk} + x_u^{pk}) \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.2)$$

$$f_u^{pk} \leq M y_u^{pk} \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.3)$$

$$\sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u y_u^{pk} + \sum_{u \in R'} t_u x_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} y_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} x_u^{pk} \right) \leq L \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.11)$$

$$\sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right) \geq 1 \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.1m)$$

$$f_u^{pk} \geq q_u x_u^{pk} \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.4)$$

$$f_u^{pk} \geq y_u^{pk} - 1 \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.5)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \right) \geq B \quad (4.8)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{pk} \geq \sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^{p+1,k} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^{p+1,k} \quad (p = 1, \dots, P-1; k = 1, \dots, K) \quad (4.9)$$

$$x_u^{pk} \in \{0, 1\} \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1n)$$

$$y_u^{pk} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad (\forall u \in A'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1o)$$

$$f_u^{pk} \geq 0 \quad (\forall u \in A'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1p)$$

Esta formulação tem $KP(2|A'| + |R'|)$ variáveis, as mesmas que o modelo F , mas mais $K(P(|A'| + 1) - 1) + 1$ restrições, num total de $K(P(2|N'| + 2|A'| + 2) + 1) + |E_R^*| + |A_R^*| + 1$ restrições. Note-se que se mantém a ordem de complexidade, ou seja, $O(KPm^*)$.

4.3.4 Comparação com o modelo base F

O exemplo apresentado de seguida é ilustrativo de que os reforços introduzidos na formulação base, F , culminando na formulação RF , podem conduzir a um valor superior da relaxação em programação linear. Situação semelhante ocorre com diversas instâncias usadas em testes (vd. Sec. 4.5.4).

Exemplo 4.1. Considere-se a instância do SARP representada no grafo aumentado da Figura 4.1, onde os arcos a cheio e a tracejado correspondem, respectivamente, a

ligações com e sem procura. Cada arco é designado pelo número que se lhe juntou na figura, onde $v[u]$ significa que v é o arco artificial associado ao arco u . Os arcos artificiais são os numerados de 8 a 10 e o depósito e o depósito artificial situam-se nos nodos 1 e 6, respectivamente. Os restantes valores dos parâmetros são os seguintes: tarefas com procura q_u indicada na representação do grafo; duração em serviço $t_u = 5$; ligações com duração em vazio $d_u = 1$; $K = 2$ sectores; veículos de capacidade $W = 5$; duração máxima do serviço por sector $L = 29$; duração de cada descarga $\lambda = 1$; e número máximo de viagens por sector $P = 2$. Relembrando, o depósito e os arcos artificiais são usados para que não seja incorrectamente contabilizada uma descarga sempre que o percurso tenha de atravessar o depósito sem ser no início ou no fim da respectiva viagem.

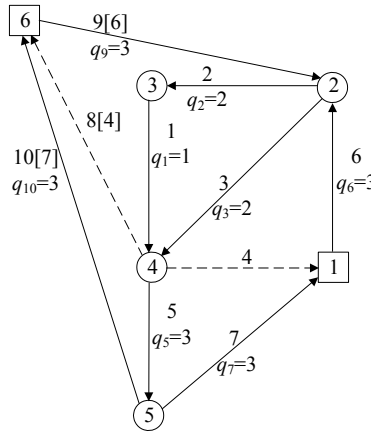


Figura 4.1: Grafo aumentado G' (Exemplo 4.1)

O valor óptimo de \overline{RF} é 38.2 e existe uma solução admissível para \overline{F} de valor 37.2. Como \overline{F} é um problema de minimização, sabe-se que o valor óptimo de \overline{F} é não superior a 37.2 e, portanto, estritamente inferior ao valor óptimo de \overline{RF} , 38.2. Ilustra-se assim que existe pelo menos uma instância do SARP para a qual o valor óptimo da relaxação em programação linear de RF é estritamente superior ao valor óptimo da relaxação em programação linear de F . \square

Na sequência do exemplo anterior, a proposição seguinte estabelece a relação entre os

valores óptimos das relaxações em programação linear de F e RF .

Proposição 4.2. $v(\overline{RF}) \geq v(\overline{F})$ e existe pelo menos uma instância do SARP para a qual $v(\overline{RF}) > v(\overline{F})$.

Prova. Sejam \overline{X}_F e \overline{X}_{RF} os conjuntos de soluções admissíveis de \overline{F} e \overline{RF} , respectivamente. Observe-se que \overline{RF} difere de \overline{F} pela presença das restrições (4.2) e (4.3) em substituição das restrições (4.1j) e (4.1k) e pela inclusão das restrições (4.4), (4.5), (4.8) e (4.9). Logo, para mostrar que uma dada solução admissível para \overline{RF} é também admissível para \overline{F} , basta mostrar que a referida solução verifica (4.1j) e (4.1k), pois, como já se viu, (4.4), (4.5) e (4.8) são desigualdades válidas e (4.9) é uma desigualdade de eliminação de soluções alternativas.

Recordem-se, então, as restrições (4.2) e (4.3):

$$f_u^{pk} \leq M (y_u^{pk} + x_u^{pk}) \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.2)$$

$$f_u^{pk} \leq M y_u^{pk} \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.3)$$

e as restrições (4.1j) e (4.1k):

$$f_u^{pk} \leq W (y_u^{pk} + x_u^{pk}) \quad (\forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1j)$$

$$f_u^{pk} \leq W y_u^{pk} \quad (\forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K) \quad (4.1k)$$

Atendendo a que $M \leq W$ (vd. Sec. 4.3.1 – Melhoramento dos limites superiores para as variáveis de fluxo, página 72), facilmente se conclui que uma solução $(x_u^{pk}, y_u^{pk}, f_u^{pk})$ que verifique o sistema (4.2) e (4.3) também verifica (4.1j) e (4.1k). Tendo em conta este resultado e as considerações anteriores, pode concluir-se que $\overline{X}_{RF} \subseteq \overline{X}_F$. Como o problema é de minimização e os dois modelos têm a mesma função objectivo, tem-se, finalmente, $v(\overline{RF}) \geq v(\overline{F})$. Relativamente à segunda parte da proposição, basta tomar o Exemplo 4.1. \square

4.3.5 Resultados sobre RF

Nesta secção mostram-se alguns resultados relativos à formulação RF e às suas relaxações em programação linear.

Sabe-se que um problema verifica a propriedade da integralidade se o seu valor óptimo coincidir com o da sua relaxação em programação linear. No exemplo seguinte é analisada uma solução óptima da relaxação em programação linear \overline{RF} para uma dada instância do SARP.

Exemplo 4.2. Considere-se a instância do SARP – cujo grafo aumentado se representa na Figura 4.2, onde os arcos com procura estão a cheio – de parâmetros: tarefas com procura $q_u = 1$ e duração em serviço $t_u = 5$; ligações com duração em vazio $d_u = 1$; $K = 2$ sectores; veículos de capacidade $W = 2$; duração máxima do serviço por sector $L = 19$; duração de cada descarga $\lambda = 1$; e número máximo de viagens por sector $P = 2$. Cada arco é designado pelo número que se lhe juntou na figura ($v[u]$ indica que v é o arco artificial associado ao arco u). O depósito e o depósito artificial situam-se, respectivamente, nos nodos 1 e 5 e os arcos artificiais foram numerados de 8 a 11.

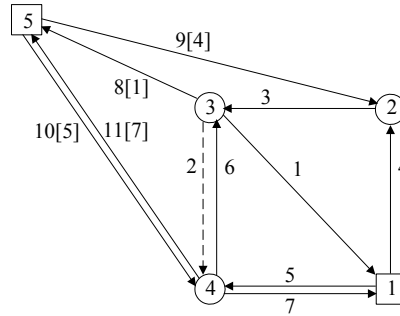


Figura 4.2: Grafo aumentado G' (Exemplo 4.2)

A solução óptima de RF é a apresentada na Tabela 4.1, de valor óptimo 38.

Os valores das variáveis numa solução óptima da relaxação em programação linear \overline{RF} (x_u^{pk} , y_u^{pk} e f_u^{pk}) são os registados na Tabela 4.2, a que corresponde o valor 35.

Tabela 4.1: Solução óptima para RF (Exemplo 4.2)

	Sector			
	1		2	
	Viagem			
	1	2	1	2
Viagem	(5,7)	(4,3,1)	(5,7)	(5,6,1)
Tarefas servidas	7	3,4	5	1,6
Duração da viagem	7	12	7	12
Duração do sector	19		19	

Tabela 4.2: Solução óptima para \overline{RF} (Exemplo 4.2)

		Sector (k)			
		1		2	
		Viagem (p)			
		1	2	1	2
Arco (u)	1		(5/12;0;5/12)	(0;1;0)	(7/12;0;7/12)
	3			(1;0;1)	
	4			(1;0;2)	
	5	(1;0;2)	(0;5/12;5/6)		(0;7/12;7/6)
	6		(5/12;0;5/6)		(7/12;0;7/6)
	7	(1;0;1)			

Valores de x_u^{pk} , y_u^{pk} e f_u^{pk} dados nos ternos $(x_u^{pk}; y_u^{pk}; f_u^{pk})$.
Os valores não apresentados são nulos.

Como se pode ver, para esta instância existe uma solução óptima de \overline{RF} não inteira de valor óptimo 35 e, conseqüentemente, o valor óptimo de RF (38) é estritamente superior ao valor óptimo da relaxação em programação linear \overline{RF} . \square

Este exemplo permite enunciar a proposição que se segue, onde se mostra que a formulação RF do SARP não verifica a propriedade da integralidade.

Proposição 4.3. *A formulação RF não verifica a propriedade da integralidade.*

Prova. A instância do SARP considerada no Exemplo 4.2 mostra que a formulação RF não verifica a propriedade da integralidade. \square

Defina-se desvio linear como sendo a diferença entre o valor óptimo de um problema e o valor óptimo da respectiva relaxação em programação linear. O corolário seguinte estabelece que o valor óptimo do SARP pode ser estritamente superior ao valor óptimo da relaxação em programação linear de RF , ou seja, que o desvio linear pode ser positivo.

Corolário 4.1. *O desvio linear de RF é superior ou igual a zero e existe pelo menos uma instância do SARP para a qual é estritamente positivo.*

Prova. Sendo \overline{RF} uma relaxação de RF e este um problema de minimização, tem-se que $v(RF) \geq v(\overline{RF})$, donde sai imediatamente que o desvio linear de RF é superior ou igual a zero. Relativamente à segunda parte da proposição, basta considerar o Exemplo 4.2. \square

Os dois exemplos e as duas proposições apresentados abaixo dizem também respeito a relaxações quanto às variáveis consideradas na formulação RF . A partir delas irá poder concluir-se que a integralidade das variáveis que representam o número de travessias de arcos em vazio, y_u^{pk} , não é suficiente para garantir que as variáveis de serviço, x_u^{pk} , assumam valores binários quando esta última condição é omitida e vice-versa.

Seja \widehat{RF} a relaxação de RF resultante da substituição das variáveis de serviço binárias, x_u^{pk} , por variáveis reais definidas no intervalo $[0, 1]$.

Exemplo 4.3. Considere-se a instância do SARP do Exemplo 4.2 (pág. 81). Na Tabela 4.3 são apresentados os valores das variáveis x_u^{pk} , y_u^{pk} e f_u^{pk} numa solução óptima de \widehat{RF} , sendo 35 o valor correspondente.

Tabela 4.3: Solução óptima para \widehat{RF} (Exemplo 4.2)

		Sector (k)			
		1		2	
		Viagem (p)			
		1	2	1	2
Arco (u)	1	(0;1;0)		(1;0;1)	
	3	(1;0;1)			
	4	(1;0;2)			
	5	(7/11;0;14/11)		(0;1;2)	(4/11;0;8/11)
	6			(1;0;2)	
	7	(7/11;0;7/11)		(4/11;0;4/11)	

Valores de x_u^{pk} , y_u^{pk} e f_u^{pk} dados nos ternos $(x_u^{pk}; y_u^{pk}; f_u^{pk})$.

Os valores não apresentados são nulos.

Observa-se então que, para esta instância, existe uma solução óptima da relaxação \widehat{RF} não inteira para as variáveis x_u^{pk} e f_u^{pk} cujo valor é estritamente inferior ao valor ótimo de RF (38). \square

Este exemplo é usado na proposição que se segue, onde se mostra que a integralidade das variáveis que representam o número de travessias de arcos em vazio, y_u^{pk} , não é suficiente para garantir que as variáveis de serviço, x_u^{pk} , sejam binárias, ou seja, não é suficiente para impor a integralidade da solução ótima.

Proposição 4.4. *As variáveis de serviço, x_u^{pk} , podem não assumir valores ótimos binários na relaxação \widehat{RF} .*

Prova. Para a instância do SARP tomada no Exemplo 4.3 resultou uma solução ótima com valores não binários para as variáveis x_u^{pk} . Conclui-se assim que a relaxação \widehat{RF} não garante a integralidade da solução ótima. \square

Seja \widetilde{RF} a relaxação de RF em que as variáveis inteiras não negativas relativas ao número de travessias de arcos em vazio, y_u^{pk} , são substituídas por variáveis contínuas não negativas.

Exemplo 4.4. Considere-se a mesma instância do SARP – Exemplo 4.2 (pág. 81). Na Tabela 4.4 é dada uma solução ótima de \widetilde{RF} (x_u^{pk} , y_u^{pk} e f_u^{pk}), de valor 37.5.

Tabela 4.4: Solução ótima para \widetilde{RF} (Exemplo 4.2)

		Sector (k)			
		1		2	
		Viagem (p)			
		1	2	1	2
Arco (u)	1	(1;0;1)	(0;1/2;0)		(0;1/2;0)
	2		(0;1/2;0)		
	3	(0;1;1)			(1;0;1)
	4	(1;0;2)			(0;1/2;1)
	5		(0;1/2;1)	(1;0;2)	
	6		(1;0;1)		
	7			(1;0;1)	
	8				(0;1/2;0)
	9				(0;1/2;0)

Valores de x_u^{pk} , y_u^{pk} e f_u^{pk} dados nos ternos $(x_u^{pk}; y_u^{pk}; f_u^{pk})$.
Os valores não apresentados são nulos.

Para esta instância verifica-se que existe uma solução ótima da relaxação \widetilde{RF} não inteira para as variáveis y_u^{pk} cujo valor é estritamente inferior ao valor ótimo de RF (38). \square

Este exemplo sugere a proposição enunciada a seguir, onde se diz que o facto de as variáveis de serviço, x_u^{pk} , serem binárias não é suficiente para garantir a integralidade das variáveis que representam o número de travessias de arcos em vazio, y_u^{pk} , ou seja, não é suficiente para assegurar a integralidade da solução óptima.

Proposição 4.5. *As variáveis de serviço que representam o número de travessias de arcos em vazio, y_u^{pk} , podem não assumir valores óptimos inteiros na relaxação \widetilde{RF} .*

Prova. Para a instância do SARP usada no Exemplo 4.4 existe uma solução óptima de \widetilde{RF} com valores não inteiros para as variáveis y_u^{pk} . Conclui-se então que a relaxação \widetilde{RF} não garante a integralidade da solução óptima. \square

4.4 Relaxações do SARP

Nesta secção são abordadas relaxações do SARP.

De acordo com Wolsey (1998), e para problemas de minimização, um problema P^R é uma relaxação do problema P se: i) o conjunto das soluções admissíveis de P estiver contido no conjunto das soluções admissíveis de P^R ; e ii) toda a solução admissível de P tiver, em P^R , valor inferior ou igual ao seu valor em P .

A finalidade de usar uma relaxação é a de passar a resolver um problema mais simples, cujo valor óptimo esteja tão próximo quanto possível do valor óptimo do problema original. Este procedimento é de grande importância, particularmente nos casos em que é difícil resolver o problema original, uma vez que os limites inferiores assim obtidos são fundamentais para avaliar a qualidade de soluções admissíveis produzidas por métodos de resolução heurística.

Nas secções seguintes são apresentadas as duas relaxações do SARP consideradas neste trabalho: a relaxação da existência de sectores, que resulta num MCARP, e a relaxação da individualização de viagens.

4.4.1 Relaxação da existência de sectores

Tal como referido anteriormente, o SARP inclui a formação de K sectores de duração limitada e a determinação de viagens dentro de cada sector, compatíveis com a capacidade dos veículos. Relaxando a condição de terem de se formar sectores, o problema resultante é um MCARP, como se mostra na Proposição 4.6. Em Belenguer et al. (2006) e Gouveia et al. (2009) foram apresentadas formulações e limites inferiores para este problema, posteriormente usados (vd. Sec. 4.5.5) para comparação com os limites inferiores desenvolvidos aqui para o SARP.

Proposição 4.6. *O MCARP é uma relaxação do SARP.*

Prova. Seguindo a definição de relaxação dada anteriormente, irá mostrar-se que qualquer solução admissível do SARP pode ser transformada numa solução admissível do MCARP de igual valor.

Seja x uma solução admissível para o SARP, formada por K sectores, cada um deles constituído por p_k viagens $c_1^k, c_2^k, \dots, c_{p_k}^k$ ($k = 1, \dots, K$). Sendo coincidentes os conceitos de viagem de veículo no SARP e no MCARP – circuitos compatíveis com W (Lema 4.1) e que incluem o depósito (Lema 4.2) –, $c_1^k, c_2^k, \dots, c_{p_k}^k$ ($k = 1, \dots, K$) forma um conjunto de viagens admissíveis para o MCARP que servem todas as ligações com procura uma e uma só vez (Lema 4.3). Logo, x é solução admissível do MCARP e, então, o conjunto das soluções admissíveis do SARP está contido no conjunto das soluções admissíveis do MCARP. Por outro lado, o custo de uma solução é calculado da mesma forma nos dois problemas, pois incluem as durações de serviço, de descarga e de percurso em vazio. Deste modo, toda a solução admissível do SARP tem o mesmo valor no SARP e no MCARP e, portanto, o MCARP é uma relaxação do SARP. \square

Note-se que o conjunto das soluções admissíveis do SARP poderá estar estritamente contido no conjunto das soluções admissíveis do MCARP, pois pode não existir um agrupamento das viagens óptimas do MCARP em sectores compatíveis com o seu

limite de duração no SARP, L . Em particular, a solução óptima do MCARP pode não ser admissível para o SARP e, neste caso, ter-se-á $v(MCARP) < v(SARP)$. Esta situação verifica-se no exemplo apresentado a seguir, assim como para várias instâncias usadas em testes (vd. Sec. 4.5.5).

Exemplo 4.5. Considere-se a instância do SARP do Exemplo 4.2 (pág. 81). Relaxando a existência de sectores, ou seja, considerando a instância do MCARP associada, o valor óptimo é 35; na Tabela 4.5 encontra-se uma solução óptima.

Tabela 4.5: Solução óptima do MCARP (Exemplo 4.2)

	Viagem		
	1	2	3
Viagem	(4,3,1)	(5,7)	(5,6,1)
Tarefas servidas	3,4	5,7	1,6
Duração da viagem	12	11	12

Observa-se que o valor óptimo do MCARP, 35, é estritamente inferior a 38, valor óptimo do SARP (Exemplo 4.2, pág.81), ilustrando-se deste modo que existe pelo menos uma instância do SARP para a qual o seu valor óptimo é estritamente superior ao valor óptimo do MCARP. Analisando a solução óptima do MCARP apresentada, verifica-se que não é possível distribuir as suas viagens por dois sectores compatíveis com $L = 19$ sem aumentar o custo. \square

A proposição seguinte decorre imediatamente da proposição e do exemplo anteriores.

Proposição 4.7. $v(MCARP) \leq v(SARP)$ e existe pelo menos uma instância para a qual $v(MCARP) < v(SARP)$.

Prova. Sendo o MCARP uma relaxação do SARP, e ambos problemas de minimização, tem-se imediatamente que $v(MCARP) \leq v(SARP)$. Considerando o Exemplo 4.5 fica provada a segunda parte da proposição. \square

4.4.2 Relaxação da individualização de viagens

Eliminando a individualização de viagens em cada sector, passam a ser usadas as variáveis definidas abaixo, sobre o grafo G' , para cada sector $k = 1, \dots, K$.

- x_u^k é uma variável binária, igual a 1 se o sector k serve o arco $u \in R'$ e igual a 0 em caso contrário;
- y_u^k representa o número de vezes que o arco $u \in A'$ é percorrido em vazio no sector k ;
- f_u^k representa o fluxo que atravessa o arco $u \in A'$ no sector k .

Estas variáveis resultam da agregação de viagens, pelo que os modelos delas resultantes são habitualmente designados por modelos agregados.

A relação entre as variáveis acabadas de definir e as variáveis usadas nas formulações F e RF é dada por:

- $x_u^k = \sum_{p=1}^P x_u^{pk} \quad (\forall u \in R'; k = 1, \dots, K)$
- $y_u^k = \sum_{p=1}^P y_u^{pk} \quad (\forall u \in A'; k = 1, \dots, K)$
- $f_u^k = \sum_{p=1}^P f_u^{pk} \quad (\forall u \in A'; k = 1, \dots, K)$

A formulação agregada ARF considerada é a apresentada a seguir.

(ARF)

$$\min \sum_{k=1}^K \left(\sum_{u \in A'} d_u y_u^k + \sum_{u \in R'} t_u x_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} y_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} x_u^k \right) \quad (4.11a)$$

$$\text{s. a: } \sum_{u \in \Gamma^+(i)} y_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(i)} x_u^k = \sum_{u \in \Gamma^-(i)} y_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} x_u^k \quad (\forall i \in N'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11b)$$

$$\sum_{k=1}^K (x_u^k + x_{u'}^k) = 1 \quad (\forall u \in A_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.11c)$$

$$\sum_{k=1}^K x_u^k = 1 \quad (\forall u \in A_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.11d)$$

$$\sum_{k=1}^K \left(x_u^k + x_{inv(u)}^k + x_{u'}^k + x_{inv(u')}^k \right) = 1 \quad (\forall u \in E_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.11e)$$

$$\sum_{k=1}^K \left(x_u^k + x_{inv(u)}^k \right) = 1 \quad (\forall u \in E_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s)) \quad (4.11f)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^k \leq P \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.11g)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^-(i)} f_u^k - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} f_u^k = \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u x_u^k \quad (\forall i \in N' \setminus \{s\}; k = 1, \dots, K) \quad (4.11h)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} f_u^k = \sum_{u \in R'} q_u x_u^k \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.11i)$$

$$f_u^k \leq M \left(y_u^k + x_u^k \right) \quad (\forall u \in R'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11j)$$

$$f_u^k \leq M y_u^k \quad (\forall u \in A' \setminus R'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11k)$$

$$\sum_{u \in A'} d_u y_u^k + \sum_{u \in R'} t_u x_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} y_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} x_u^k \leq L \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.11l)$$

$$\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^k \geq 1 \quad (k = 1, \dots, K) \quad (4.11m)$$

$$f_u^k \geq q_u x_u^k \quad (\forall u \in R'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11n)$$

$$f_u^k \geq y_u^k - P \quad (\forall u \in A' \setminus R'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11o)$$

$$\sum_{k=1}^K \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} y_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} x_u^k \right) \geq B \quad (4.11p)$$

$$x_u^k \in \{0, 1\} \quad (\forall u \in R'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11q)$$

$$y_u^k \in \mathbb{Z}_0^+ \quad (\forall u \in A'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11r)$$

$$f_u^k \geq 0 \quad (\forall u \in A'; k = 1, \dots, K) \quad (4.11s)$$

Atendendo às devidas adaptações, o significado da função objectivo e das restrições é semelhante ao referido para as formulações anteriores. Comparativamente com a formulação RF , e dada a definição de variáveis em ARF , deixa de estar presente o conjunto de restrições que faz imposições relativamente às viagens, ou seja, desaparecem as restrições respeitantes à eliminação de soluções alternativas. Note-se ainda que, de acordo com as restrições (4.11g), existem, para cada sector, no máximo P arcos com

nodo inicial no depósito, representando o número máximo de viagens permitidas por sector.

Este modelo agregado tem $K(2|A'| + |R'|)$ variáveis e $K(2(|N'| + |A'|) + 3) + |E_R^*| + |A_R^*| + 1$ restrições, sendo ambos valores da ordem $O(Km^*)$, pelas razões apresentadas anteriormente para a formulação RF . A formulação ARF tem substancialmente menos variáveis e restrições do que a formulação RF , o que é evidenciado nos resultados computacionais apresentados mais tarde (Sec. 4.5.5). A limitação deste modelo reside no facto de não ser válido para o SARP. No entanto, como se verá nos resultados apresentados, o modelo ARF mostra-se vantajoso na obtenção de limites inferiores para o valor óptimo do SARP.

Exemplo 4.6. Considere-se a instância do SARP do Exemplo 4.2 (pág. 81), cujo valor óptimo é 38. Usando a formulação ARF , em que se relaxa a formação de viagens, obtém-se a solução óptima, também de valor 38, registada na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Solução óptima da relaxação ARF (Exemplo 4.2)

	Sector	
	1	2
Tarefas servidas	3,4,7	1,5,6
Arcos percorridos em vazio	1,5	5,7
Duração do sector	19	19

Analisando esta solução com mais detalhe, verifica-se que, embora tenha sido obtida para a relaxação onde foram omitidas as viagens, os arcos nela presentes permitem construir viagens que constituem uma solução admissível de igual valor para o SARP.

□

No exemplo acabado de apresentar, assim como em certas instâncias do SARP usadas em testes (Sec. 4.5.5), os valores óptimos de RF e ARF são iguais. No entanto, tal nem sempre se verifica, como se pode constatar no exemplo seguinte ou em algumas instâncias usadas em testes (vd. Sec. 4.5.5).

Exemplo 4.7. Considere-se novamente a instância do SARP do Exemplo 4.1 (pág. 78). A solução constante na Tabela 4.7, de valor 40, é óptima para o SARP e na Tabela 4.8

apresenta-se uma solução admissível, de valor 39, para a relaxação ARF .

Tabela 4.7: Solução óptima do SARP (Exemplo 4.1)

	Sector	
	1	2
	Viagem	
	1	2
Viagem	(6,2,1,5,7)	(6,2,1,4)
Tarefas servidas	1,7	2,6
Duração da viagem	14	13
Duração do sector	14	26

Tabela 4.8: Solução admissível para a relaxação ARF (Exemplo 4.1)

	Sector	
	1	2
Tarefas servidas	3,5	1,2,6,7
Arcos percorridos em vazio	6,7	3,4,5,6
Duração do sector	13	26

Sendo ARF um problema de minimização, tem-se que o valor da solução óptima de ARF é não superior a 39 e, portanto, estritamente inferior ao valor óptimo (40) obtido com RF . Tal como se pretendia ilustrar, existe pelo menos uma instância para a qual o valor óptimo da relaxação ARF é estritamente inferior ao valor óptimo do SARP. \square

Este último exemplo sugere que se enuncie a proposição seguinte:

Proposição 4.8. $v(ARF) \leq v(RF)$ e existe pelo menos uma instância do SARP para a qual $v(ARF) < v(RF)$.

Prova. Sendo a formulação ARF uma relaxação da formulação RF , ambas de minimização, tem-se $v(ARF) \leq v(RF)$. Relativamente à segunda parte da proposição, basta considerar o Exemplo 4.7. \square

4.4.3 Comparação das relaxações em programação linear de RF e ARF

Nesta secção prova-se que os valores óptimos das relaxações em programação linear das formulações agregada (ARF) e desagregada (RF) são iguais.

Proposição 4.9. $v(\overline{RF}) = v(\overline{ARF})$.

Prova. Irá mostrar-se o seguinte:

1. qualquer solução admissível de \overline{RF} pode ser transformada numa solução admissível de \overline{ARF} de igual valor;
2. qualquer solução admissível de \overline{ARF} pode ser transformada numa solução admissível de \overline{RF} de igual valor.

1. Seja \bar{x}_u^{pk} , para $u \in R'$, e \bar{y}_u^{pk} e \bar{f}_u^{pk} , para $u \in A'$, com $p = 1, \dots, P$ e $k = 1, \dots, K$, uma solução admissível de \overline{RF} . Somando, em p , todas as variáveis na função objectivo e em todas as restrições, obtém-se uma solução admissível para \overline{ARF} com o mesmo valor;
2. Seja \bar{x}_u^k , para $u \in R'$, e \bar{y}_u^k e \bar{f}_u^k , para $u \in A'$, com $k = 1, \dots, K$, uma solução admissível de \overline{ARF} . Considere-se uma solução de \overline{RF} obtida da seguinte forma:

- $\forall u \in R'; \forall p = 1, \dots, P; \forall k = 1, \dots, K: \bar{x}_u^{pk} = \frac{\bar{x}_u^k}{P};$
- $\forall u \in A'; \forall p = 1, \dots, P; \forall k = 1, \dots, K: \bar{y}_u^{pk} = \frac{\bar{y}_u^k}{P} \text{ e } \bar{f}_u^{pk} = \frac{\bar{f}_u^k}{P}.$

Esta solução é admissível para \overline{RF} , tal como se mostra a seguir, provando a validade de:

$$(4.1b): \sum_{u \in \Gamma^+(i)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(i)} \bar{x}_u^{pk} = \frac{1}{P} \left(\sum_{u \in \Gamma^+(i)} \bar{y}_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(i)} \bar{x}_u^k \right) \stackrel{(4.11b)}{=} \frac{1}{P} \left(\sum_{u \in \Gamma^-(i)} \bar{y}_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} \bar{x}_u^k \right) = \sum_{u \in \Gamma^-(i)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} \bar{x}_u^{pk}, \forall i \in N'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K;$$

$$(4.1c): \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (\bar{x}_u^{pk} + \bar{x}_{u'}^{pk}) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P (\bar{x}_u^k + \bar{x}_{u'}^k) \stackrel{(4.11c)}{=} \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P 1 = 1, \forall u \in A_R^* : u \in \Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s);$$

$$(4.1d): \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \bar{x}_u^{pk} = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \bar{x}_u^k \stackrel{(4.11d)}{=} \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P 1 = 1, \forall u \in A_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s);$$

$$\begin{aligned}
(4.1e): \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\bar{x}_u^{pk} + \bar{x}_{inv(u)}^{pk} + \bar{x}_{u'}^{pk} + \bar{x}_{inv(u)'}^{pk} \right) \\
&= \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\bar{x}_u^k + \bar{x}_{inv(u)}^k + \bar{x}_{u'}^k + \bar{x}_{inv(u)'}^k \right) \stackrel{(4.11e)}{=} \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P 1 = 1, \forall u \in E_R^* : u \in \\
&\Gamma_{R'}^-(s) \vee u \in \Gamma_{R'}^+(s);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.1f): \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\bar{x}_u^{pk} + \bar{x}_{inv(u)}^{pk} \right) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\bar{x}_u^k + \bar{x}_{inv(u)}^k \right) \stackrel{(4.11f)}{=} \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P 1 = 1, \forall u \in \\
&E_R^* : u \notin \Gamma_{R'}^-(s) \wedge u \notin \Gamma_{R'}^+(s);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.1g): \quad & \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{pk} = \frac{1}{P} \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^k \right) \stackrel{(4.11g)}{\leq} \frac{1}{P} P = 1, p = \\
&1, \dots, P; k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.1h): \quad & \sum_{u \in \Gamma^-(i)} \bar{f}_u^{pk} - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} \bar{f}_u^{pk} = \frac{1}{P} \left(\sum_{u \in \Gamma^-(i)} \bar{f}_u^k - \sum_{u \in \Gamma^+(i)} \bar{f}_u^k \right) \stackrel{(4.11h)}{=} \frac{1}{P} \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u \bar{x}_u^k = \\
&\sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(i)} q_u \bar{x}_u^{pk}, \forall i \in N' \setminus \{s\}; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.1i): \quad & \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{f}_u^{pk} = \frac{1}{P} \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{f}_u^k \stackrel{(4.11i)}{=} \frac{1}{P} \sum_{u \in R'} q_u \bar{x}_u^k = \sum_{u \in R'} q_u \bar{x}_u^{pk}, p = 1, \dots, P; k = \\
&1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.2): \quad & \bar{f}_u^{pk} = \frac{1}{P} \bar{f}_u^k \stackrel{(4.11j)}{\leq} \frac{1}{P} M (\bar{y}_u^k + \bar{x}_u^k) = M (\bar{y}_u^{pk} + \bar{x}_u^{pk}), \forall u \in R'; p = 1, \dots, P; \\
&k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.3): \quad & \bar{f}_u^{pk} = \frac{1}{P} \bar{f}_u^k \stackrel{(4.11k)}{\leq} \frac{1}{P} M \bar{y}_u^k = M \bar{y}_u^{pk}, \forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.1l): \quad & \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in R'} t_u \bar{x}_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} \bar{y}_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} \bar{x}_u^{pk} \right) \\
&= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u \bar{y}_u^k + \sum_{u \in R'} t_u \bar{x}_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} \bar{y}_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} \bar{x}_u^k \right) \\
&\stackrel{(4.11l)}{\leq} \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P L = L, k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.1m): \quad & \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{pk} \right) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^k \right) \stackrel{(4.11m)}{\geq} \\
&\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P 1 = 1, k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.4): \quad & \bar{f}_u^{pk} = \frac{1}{P} \bar{f}_u^k \stackrel{(4.11n)}{\geq} \frac{1}{P} q_u \bar{x}_u^k = q_u \bar{x}_u^{pk}, \forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4.5): \quad & \bar{f}_u^{pk} = \frac{1}{P} \bar{f}_u^k \stackrel{(4.11o)}{\geq} \frac{1}{P} (\bar{y}_u^k - P) = \bar{y}_u^{pk} - 1, \forall u \in A' \setminus R'; p = 1, \dots, P; k = \\
&1, \dots, K;
\end{aligned}$$

$$(4.8): \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{pk} \right) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^k \right) \quad (4.11p) \geq$$

$$\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P B = B;$$

$$(4.9): \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{pk} = \frac{1}{P} \left(\sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^k + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^k \right) = \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{p+1,k} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{p+1,k}, p = 1, \dots, P-1; k = 1, \dots, K, \text{ donde, } \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{pk} \geq \sum_{u \in \Gamma^+(s)} \bar{y}_u^{p+1,k} + \sum_{u \in \Gamma_{R'}^+(s)} \bar{x}_u^{p+1,k}, p = 1, \dots, P-1; k = 1, \dots, K;$$

$$(4.1n): \bar{x}_u^{pk} = \frac{\bar{x}_u^k}{P} \begin{cases} \geq \frac{1}{P} \cdot 0 \geq 0 \\ \leq \frac{1}{P} \cdot 1 \leq 1 \end{cases}, \forall u \in R'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K;$$

$$(4.1o): \bar{y}_u^{pk} = \frac{\bar{y}_u^k}{P} \geq \frac{1}{P} \cdot 0 \geq 0, \forall u \in A'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K;$$

$$(4.1p): \bar{f}_u^{pk} = \frac{\bar{f}_u^k}{P} \geq \frac{1}{P} \cdot 0 \geq 0, \forall u \in A'; p = 1, \dots, P; k = 1, \dots, K.$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} v(\overline{RF}) &= \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u \bar{y}_u^{pk} + \sum_{u \in R'} t_u \bar{x}_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} \bar{y}_u^{pk} + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} \bar{x}_u^{pk} \right) \\ &= \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \left(\sum_{u \in A'} d_u \bar{y}_u^k + \sum_{u \in R'} t_u \bar{x}_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma^-(s)} \bar{y}_u^k + \lambda \sum_{u \in \Gamma_{R'}^-(s)} \bar{x}_u^k \right) \\ &= v(\overline{ARF}) \end{aligned}$$

confirma a igualdade do valor das duas soluções.

□

4.5 Resultados computacionais

Nesta secção são apresentados os resultados computacionais dos testes efectuados com vista à obtenção de limites inferiores para o SARP. Todos os problemas de optimização

foram resolvidos usando a versão 11.0 do CPLEX, num computador pessoal Intel CORE 2 E6600 a 2.4 GHz com 2 GB de RAM e Windows XP. Nos casos em que são apresentados resultados de outros autores, são referidos os programas e as características dos computadores utilizados. Foram testadas as instâncias *smval*, *slpr* e *slpr-01*, cuja descrição detalhada foi feita na Secção 3.4.

De seguida, são referidas as dimensões das formulações F , RF e ARF para as instâncias consideradas. Depois são mostrados os resultados obtidos para os problemas auxiliares SSP e BPP, usados no reforço da formulação F (vd. Sec. 4.3.1). Os testes preliminares, que comparam a formulação base, F , com a formulação reforçada, RF , são referidos a seguir e, por fim, são apresentados e analisados os limites inferiores obtidos para as instâncias do SARP em estudo.

4.5.1 Dimensão das formulações F , RF e ARF para as instâncias usadas em testes

Para cada uma das formulações em estudo, F , RF e ARF , são apresentadas, nas Tabelas 4.9, 4.10 e 4.11, as respectivas dimensões para cada instância dos conjuntos *smval*, *slpr* e *slpr-01*, ou seja, o número de variáveis e de restrições envolvidas.

Como se pode observar, as instâncias *slpr* são aquelas para as quais resultam os problemas de maiores dimensões, chegando a atingir, em alguns casos, mais de um milhão de variáveis e de restrições.

4.5.2 Resultados obtidos para o SSP

Os SSP associados às instâncias teste consideradas, referidos na Secção 4.3.1, foram resolvidos de forma exacta usando o algoritmo de pesquisa em árvore disponível no CPLEX 11.0. Foi possível obter a solução óptima em menos de um segundo para cada instância, o que é insignificante face ao tempo de resolução das instâncias SARP em causa. No entanto, exceptuando as instâncias *slpr-01-21* e *slpr-01-25%21*, o valor

Tabela 4.9: Dimensão das formulações F , RF e ARF – $smval$

Instância	número de variáveis			número de restrições		
	F	RF	ARF	F	RF	ARF
smval1a	2040	2040	510	1147	1834	332
smval1b	3888	3888	648	2271	3583	427
smval1c	18720	18720	1170	10383	16699	709
smval2a	1536	1536	384	968	1487	279
smval2b	3618	3618	603	2182	3404	413
smval2c	12864	12864	804	7609	11958	530
smval3a	1608	1608	402	996	1539	289
smval3b	2340	2340	390	1441	2232	282
smval3c	8190	8190	585	4921	7691	398
smval4a	4500	4500	750	2619	4130	520
smval4b	9000	9000	1125	5148	8170	739
smval4c	15360	15360	1536	8631	13788	964
smval4d	34560	34560	1920	19284	30890	1180
smval5a	4464	4464	744	2440	3939	491
smval5b	9504	9504	1188	4969	8159	707
smval5c	10710	10710	1071	5804	9402	675
smval5d	27432	27432	1524	14356	23569	893
smval6a	3564	3564	594	2041	3240	402
smval6b	6912	6912	864	3936	6262	556
smval6c	23760	23760	1188	13196	21193	733
smval7a	4860	4860	810	2706	4337	527
smval7b	9360	9360	1170	5209	8351	737
smval7c	28728	28728	1596	15650	25295	963
smval8a	4428	4428	738	2332	3819	473
smval8b	9000	9000	1125	4609	7631	662
smval8c	25704	25704	1428	13195	21832	820
smval9a	6228	6228	1038	3448	5535	689
smval9b	12456	12456	1557	6750	10924	955
smval9c	15930	15930	1593	8531	13869	972
smval9d	42720	42720	2136	22619	36936	1264
smval10a	6336	6336	1056	3490	5613	701
smval10b	12384	12384	1548	6740	10890	966
smval10c	16020	16020	1602	8572	13940	986
smval10d	31680	31680	1584	16875	27493	973

Tabela 4.10: Dimensão das formulações F , RF e ARF – $slpr$

Instância	número de variáveis			número de restrições		
	F	RF	ARF	F	RF	ARF
slpr-a-01	2072	2072	518	1344	2167	379
slpr-a-02	5628	5628	938	3552	5699	683
slpr-a-03	76216	76216	5444	45392	74005	3533
slpr-a-04	295372	295372	13426	167145	273399	8092
slpr-a-05	1340496	1340496	37236	762446	1245843	21987
slpr-b-01	1608	1608	402	1102	1685	317
slpr-b-02	4488	4488	748	2973	4544	584
slpr-b-03	78190	78190	5585	50715	78151	3916
slpr-b-04	299200	299200	13600	192885	297598	9262
slpr-b-05	1252368	1252368	34788	806723	1236335	23214
slpr-c-01	2264	2264	566	1286	2053	363
slpr-c-02	8720	8720	1090	4760	7687	687
slpr-c-03	200280	200280	10014	107114	174549	5655
slpr-c-04	761940	761940	25398	413892	677134	14302
slpr-c-05	2364768	2364768	51408	1274663	2071922	28524

Tabela 4.11: Dimensão das formulações F , RF e ARF – $slpr-01$

Instância	número de variáveis			número de restrições		
	F	RF	ARF	F	RF	ARF
slpr-a-01-l21	476	476	238	337	524	184
slpr-a-01-r21	628	628	314	439	690	238
slpr-b-01-l21	388	388	194	301	448	164
slpr-b-01-r21	500	500	250	367	546	202
slpr-c-01-l21	532	532	266	331	514	180
slpr-c-01-r21	696	696	348	423	658	230
slpr-a-01-l23	1428	1428	238	953	1516	184
slpr-a-01-r23	1884	1884	314	1247	2002	238
slpr-b-01-l23	1164	1164	194	853	1296	164
slpr-b-01-r23	1500	1500	250	1031	1570	202
slpr-c-01-l23	1596	1596	266	939	1490	180
slpr-c-01-r23	2088	2088	348	1199	1906	230
slpr-a-01-l34	2856	2856	357	1879	3005	263
slpr-a-01-r34	3768	3768	471	2461	3971	341
slpr-b-01-l34	2328	2328	291	1683	2569	235
slpr-b-01-r34	3000	3000	375	2029	3107	287
slpr-c-01-l34	3192	3192	399	1853	2955	258
slpr-c-01-r34	4176	4176	522	2365	3779	329
slpr-a-01-25%l21	416	416	208	323	510	170
slpr-a-01-25%r21	564	564	282	423	674	222
slpr-b-01-25%l21	344	344	172	296	451	155
slpr-b-01-25%r21	448	448	224	370	573	193
slpr-c-01-25%l21	584	584	292	403	674	208
slpr-c-01-25%r21	808	808	404	544	923	279

óptimo obtido, M , não foi inferior a W , devendo-se, possivelmente, ao facto de os coeficientes q_u serem bastante inferiores à capacidade W , permitindo assim que as procuras se “arrumem” de forma a perfazer a capacidade total do veículo. Desta forma, a resolução do SSP, para estas instâncias, não contribuiu para o fortalecimento das formulações apresentadas.

Relativamente às instâncias $slpr-01-21$ e $slpr-01-25\%21$, o valor óptimo do SSP é inferior à capacidade dos veículos. Neste caso, tal sucede devido, por um lado, ao facto de terem sido criadas de forma a ser esperada uma única viagem na solução óptima do MCARP (vd. Sec. 3.4.3, pág. 57), levando a que o valor óptimo do SSP, M , seja exactamente igual à procura total. Por outro lado, tendo-se escolhido um valor para a capacidade dos veículos, W , estritamente superior à procura total, obtém-se $M < W$. Os valores óptimos do SSP, para estes dois conjuntos de instâncias, podem ser consultados na Tabela 4.12, na qual também é referido o valor da capacidade, para melhor comparação dos valores (colunas M e W , respectivamente).

Nos resultados posteriormente apresentados para o SARP não estão contabilizados os tempos de resolução do SSP correspondente.

Tabela 4.12: Solução óptima do SSP – *slpr-01-21* e *slpr-01-25%21*

Instância	W	M
slpr-a-01-l21	4700	4685
slpr-a-01-r21	7200	7179
slpr-b-01-l21	5000	4987
slpr-b-01-r21	7700	7661
slpr-c-01-l21	7500	7405
slpr-c-01-r21	11000	10551
slpr-a-01-25%l21	2000	1945
slpr-a-01-25%r21	3800	3697
slpr-b-01-25%l21	1800	1689
slpr-b-01-25%r21	2200	2122
slpr-c-01-25%l21	2200	2134
slpr-c-01-25%r21	2500	2389

4.5.3 Resultados obtidos para o BPP

O método da pesquisa em árvore disponível no CPLEX 11.0 mostrou-se eficiente na resolução exacta dos BPP associados às instâncias em estudo (descritos na Secção 4.3.1), já que o tempo de obtenção de cada solução óptima foi inferior a dois segundos. Este tempo é considerado pouco significativo, dada a dificuldade de resolução das instâncias SARP analisadas. Contudo, não resultaram valores de B superiores a $\left\lceil \frac{Q_T}{W} \right\rceil$ (termo independente da restrição (4.6)), o que se pode dever, mais uma vez, ao facto de os coeficientes q_u serem substancialmente inferiores a W . Assim, para as instâncias SARP em causa, a resolução do BPP não contribuiu para o fortalecimento das formulações apresentadas.

Os tempos de resolução do BPP não são considerados nos resultados apresentados mais à frente para o SARP, tal como acontece com o SSP.

4.5.4 Testes preliminares

Nesta secção, são apresentados os testes preliminares que levam à escolha da formulação reforçada, RF , em experiências posteriores. Estes testes foram conduzidos a partir das instâncias *smval* e *slpr* e os resultados encontram-se nas Tabelas 4.13 e 4.14, respectivamente.

Com estas experiências, pretende ilustrar-se o efeito da inclusão de cada um dos conjuntos de desigualdades válidas – (4.4), (4.5) e (4.8), Secção 4.3.1 – e das restrições de

eliminação de soluções alternativas – (4.9), Secção 4.3.2 – na formulação F . Dispensa-se a apresentação de resultados para as desigualdades (4.2) e (4.3), pois, para estas instâncias, tem-se $M = W$. São também apresentados os resultados obtidos com a formulação RF .

A partir das Tabelas 4.13 e 4.14, podem ser comparados os limites inferiores dados pelos valores das soluções das relaxações em programação linear (colunas valor RPL), assim como os tempos de obtenção das soluções óptimas dos problemas inteiros (colunas tempo B&B), obtidos com o CPLEX com limite de tempo de uma hora (na tabela, tle indica que foi excedido este tempo limite).

Tabela 4.13: Efeito das restrições adicionais em $F - smval$

Instância	valor RPL					tempo B&B				
	\bar{F}	\bar{F} com			\overline{RF}	F	F com			RF
		(4.8)	(4.4) e (4.5)	(4.9)			(4.8)	(4.4) e (4.5)	(4.9)	
smval1a	203.0	203.0	203.0	203.0	203.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval1b	248.0	248.0	248.0	248.0	248.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval1c	277.3	277.6	281.8	277.3	282.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval2a	313.5	313.5	314.1	313.5	314.1	23.41	20.30	294.63	3.02	24.72
smval2b	366.1	366.1	368.9	366.1	368.9	tle	tle	tle	tle	tle
smval2c	452.7	454.7	479.8	452.7	481.8	tle	tle	tle	tle	tle
smval3a	109.9	109.9	110.1	109.9	110.1	tle	tle	tle	tle	472.31
smval3b	129.5	130.0	130.2	129.5	130.8	tle	tle	tle	tle	tle
smval3c	142.5	142.8	146.5	142.5	146.8	tle	tle	tle	tle	tle
smval4a	549.5	550.0	550.9	549.5	551.4	tle	tle	tle	tle	tle
smval4b	626.9	627.5	629.6	626.9	630.2	tle	tle	tle	tle	tle
smval4c	605.2	605.5	607.2	605.2	607.5	tle	tle	tle	tle	tle
smval4d	712.4	718.8	721.0	712.4	727.4	tle	tle	tle	tle	tle
smval5a	574.2	575.0	574.2	574.2	575.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval5b	573.2	574.3	576.3	573.2	577.4	tle	tle	tle	tle	tle
smval5c	687.6	688.7	690.7	687.6	691.8	tle	tle	tle	tle	tle
smval5d	667.8	671.1	681.2	667.8	684.5	tle	tle	tle	tle	tle
smval6a	295.0	295.0	295.0	295.0	295.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval6b	295.0	296.0	295.0	295.0	296.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval6c	325.1	329.0	335.6	325.1	339.5	tle	tle	tle	tle	tle
smval7a	338.0	338.0	338.0	338.0	338.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval7b	406.0	406.0	406.0	406.0	406.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval7c	391.4	391.4	397.8	391.4	397.8	tle	tle	tle	tle	tle
smval8a	564.6	566.0	564.6	564.6	566.0	tle	tle	tle	tle	1964.02
smval8b	507.1	508.0	507.1	507.1	508.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval8c	578.1	579.9	588.2	578.1	589.9	tle	tle	tle	tle	tle
smval9a	436.0	436.0	436.0	436.0	436.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval9b	426.5	427.0	426.6	426.5	427.1	tle	tle	tle	tle	tle
smval9c	394.0	396.0	394.0	394.0	396.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval9d	480.0	483.9	481.9	480.0	485.9	tle	tle	tle	tle	tle
smval10a	612.3	613.0	612.3	612.3	613.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval10b	633.8	635.0	633.8	633.8	635.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval10c	592.8	594.0	592.8	592.8	594.0	tle	tle	tle	tle	tle
smval10d	602.8	605.2	607.4	602.8	609.8	tle	tle	tle	tle	tle

Negro cheio: melhor limite inferior e melhor tempo, por instância.

tle: tempo limite excedido (1 hora).

Para as instâncias usadas nos testes preliminares, torna-se evidente que a inclusão de

Tabela 4.14: Efeito das restrições adicionais em $F - slpr$

Instância	valor RPL					tempo B&B				
	\bar{F}	\bar{F} com			\overline{RF}	F	F com			RF
		(4.8)	(4.4) e (4.5)	(4.9)			(4.8)	(4.4) e (4.5)	(4.9)	
slpr-a-01	13484.0	13484.0	13484.0	13484.0	13484.0	6.61	5.30	7.86	1.66	4.27
slpr-a-02	27791.6	28035.4	27792.5	27791.6	28036.3	tle	613.55	tle	tle	2461.14
slpr-a-03	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-a-04	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-a-05	tle	tle	tle	tle	erro	tle	tle	tle	tle	-
slpr-b-01	14813.0	14813.0	14813.0	14813.0	14813.0	12.97	6.63	38.30	1.66	2.50
slpr-b-02	28417.4	28618.0	28417.4	28417.4	28618.0	tle	tle	tle	2545.55	1683.91
slpr-b-03	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-b-04	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-b-05	tle	tle	tle	tle	erro	tle	tle	tle	tle	-
slpr-c-01	18442.3	18442.3	18444.6	18442.3	18444.6	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-c-02	35580.0	35891.4	35587.1	35580.0	35898.5	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-c-03	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-c-04	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle	tle
slpr-c-05	tle	tle	tle	tle	erro	tle	tle	tle	tle	-

Negro cheio: melhor limite inferior e melhor tempo, por instância.

tle: tempo limite excedido (1 hora).

erro: erro no CPLEX.

cada um dos conjuntos de restrições adicionais, isoladamente, faz aumentar o valor da relaxação em programação linear, relativamente ao obtido com \bar{F} , à excepção das restrições (4.9), pelo motivo já referido na Secção 4.3.2. Além disso, a formulação \overline{RF} (i.e., aquela que inclui todas as restrições adicionais) é a única para a qual se obtém sempre o melhor valor da relaxação em programação linear.

Verifica-se ainda que a inclusão de restrições adicionais contribui, em alguns casos, para acelerar a pesquisa em árvore do CPLEX, como era de esperar.

Estes resultados sugerem assim que a formulação RF seja usada em testes futuros, em detrimento da formulação F .

4.5.5 Limites inferiores

Os limites inferiores para o SARP apresentados nesta secção encontram-se nas Tabelas 4.15, 4.16 e 4.17, respectivamente para os conjuntos de instâncias *smval*, *slpr* e *slpr-01*. Os vários limites inferiores apresentados foram obtidos a partir: i) da formulação RF ; ii) da formulação ARF ; e iii) do MCARP. Os dois últimos são, portanto, provenientes de relaxações do SARP.

Como se viu na Secção 4.4.1, a relaxação da existência de sectores no SARP dá origem a

um MCARP, razão pela qual os limites inferiores para este último problema são também limites inferiores para o SARP. Sendo assim, são aqui referidos limites inferiores obtidos para as instâncias do MCARP associadas às instâncias do SARP em estudo.

Os limites inferiores designados por BBLP são os publicados em Belenguer et al. (2006) e os limites GMP são provenientes de Gouveia et al. (2009). Os valores BBLP resultaram da aplicação de um algoritmo de planos de corte desenvolvido a partir de uma formulação relaxada para o MCARP, tendo os autores feito a implementação em Visual C++, chamando rotinas da biblioteca de funções do CPLEX, num computador pessoal Pentium IV, a 2 GHz, com Windows 2000. Os limites GMP resultaram da aplicação do algoritmo de pesquisa em árvore do CPLEX com limite de tempo de uma hora – num computador pessoal Pentium (R) D, a 2.8 GHz, com 500 MB de RAM – e usando várias formulações de fluxos para o MCARP.

No entanto, os limites inferiores BBLP e GMP não estão disponíveis para as instâncias *slpr-01*, pelo que foram deduzidos limites GMP2, obtidos de forma semelhante aos GMP, usando formulações idênticas e também com uma hora de tempo limite para a pesquisa em árvore no CPLEX 11.0.

As formulações RF e ARF são referidas nas tabelas pelas respectivas designações. Para cada uma destas formulações, para além do valor da solução da relaxação em programação linear (\overline{RF} ou \overline{ARF} nas tabelas) é ainda considerado o minorante, LB, que se obtém aplicando o algoritmo de pesquisa em árvore do CPLEX 11.0 com limite de tempo de uma hora. Não são apresentados resultados relativos a F porque, de acordo com testes preliminares (vd. Sec. 4.5.4), e para as instâncias em estudo, ficou confirmada vantagem na utilização de RF .

Nas Tabelas 4.15 e 4.16, a primeira coluna indica o nome da instância. As duas colunas seguintes referem o valor (LB) e o tempo de execução (tempo) dos limites inferiores GMP e as quarta e quinta colunas são idênticas mas para os limites inferiores BBLP. As restantes colunas contêm, para a formulação RF e para a relaxação ARF , o valor da solução da relaxação em programação linear (\overline{RF} ou \overline{ARF}) – e respectivo tempo de execução (tempo) – e o limite inferior (LB) obtido aplicando a pesquisa em árvore do

CPLEX – e respectivo tempo de execução (tempo).

Nas colunas GMP e BBLP, os valores sublinhados são óptimos para o MCARP, representando minorantes para o SARP. No caso dos limites inferiores BBLP, tendo estes sido obtidos a partir de uma relaxação do MCARP, a conclusão sobre a optimalidade do valor foi conseguida por comparação com os limites superiores disponíveis em Belenguer et al. (2006) – obtidos através de algoritmos meméticos. Quanto aos limites inferiores GMP, os valores óptimos foram deduzidos, ou directamente a partir de uma formulação válida para o MCARP, ou então, no caso de serem provenientes de uma relaxação, por comparação com os limites superiores já referidos ou com os limites superiores produzidos pelo CPLEX.

No caso das colunas *RF* e *ARF*, os limites inferiores sublinhados são os valores óptimos dos respectivos problemas, ou seja, no caso de *RF* trata-se do valor óptimo do SARP, enquanto que em *ARF* corresponde ao valor óptimo da relaxação sem individualização de viagens.

Ainda nas mesmas tabelas, o melhor limite inferior para cada instância (ou seja, por linha) salienta-se a negro cheio. A designação *tle* indica que foi excedido o limite de tempo (1 hora) sem que tenha sido obtido o valor óptimo da relaxação em programação linear correspondente ou a solução óptima do problema, dependendo dos casos, e a palavra *erro* assinala que houve um erro no CPLEX aquando da resolução desta mesma relaxação.

A Tabela 4.17 é semelhante às anteriores, mas em vez das quatro colunas relativas aos limites BBLP e GMP tem duas colunas para os limites GMP2.

A partir das Tabelas 4.15, 4.16 e 4.17, verifica-se que, usando a formulação *RF*, o valor óptimo do SARP foi obtido, em menos de uma hora: para três instâncias *smval*, com até 30 nodos e 96 ligações; para quatro *slpr*, de dimensões até 53 nodos e 169 ligações; e para 17 *slpr-01*, de dimensões até 18 nodos e 58 ligações.

Quanto à relaxação *ARF*, o seu valor óptimo foi alcançado, em menos de uma hora de execução no CPLEX, para 24 das 34 instâncias *smval*, para cinco *slpr* (em 15) e para

Tabela 4.15: Limites inferiores – *smval*

Instância	GMP LB	GMP tempo	BBLP LB	BBLP tempo	\overline{RF}	\overline{RF} tempo	\overline{RF} LB	\overline{RF} tempo	\overline{ARF}	\overline{ARF} tempo	\overline{ARF} LB	\overline{ARF} tempo
smval1a	<u>230</u>	0.17	<u>230</u>	0.11	203.0	0.20	214	tle	203.0	0.01	<u>230</u>	1.78
smval1b	<u>261</u>	0.03	<u>261</u>	0.11	248.0	1.11	259	tle	248.0	0.03	<u>261</u>	0.94
smval1c	<u>309</u>	0.16	<u>309</u>	0.11	282.0	35.13	283	tle	282.0	0.16	<u>306</u>	tle
smval2a	<u>324</u>	0.03	<u>324</u>	0.44	314.1	0.16	<u>324</u>	24.72	314.1	0.02	<u>324</u>	0.28
smval2b	<u>395</u>	0.05	<u>395</u>	0.05	368.9	1.36	<u>385</u>	tle	368.9	0.03	<u>395</u>	4.34
smval2c	<u>521</u>	0.69	<u>521</u>	0.11	481.8	39.66	482	tle	481.8	0.08	505	tle
smval3a	<u>115</u>	0.02	<u>115</u>	0.33	110.1	0.27	<u>115</u>	472.31	110.1	0.03	<u>115</u>	0.09
smval3b	<u>142</u>	0.03	<u>141</u>	0.16	130.8	0.63	<u>137</u>	tle	130.8	0.02	<u>142</u>	0.28
smval3c	163	0.06	<u>166</u>	0.17	146.8	9.36	147	tle	146.8	0.03	161	tle
smval4a	<u>580</u>	0.03	<u>580</u>	0.87	551.4	6.08	566	tle	551.4	0.02	<u>580</u>	0.61
smval4b	<u>650</u>	0.05	<u>650</u>	0.27	630.2	15.75	631	tle	630.2	0.11	<u>650</u>	250.20
smval4c	<u>630</u>	0.05	<u>630</u>	4.12	607.5	98.59	608	tle	607.5	0.41	<u>630</u>	664.83
smval4d	<u>746</u>	0.45	<u>746</u>	0.82	727.4	1221.17	728	tle	727.4	0.67	739	tle
smval5a	<u>597</u>	0.05	<u>597</u>	0.22	575.0	2.22	592	tle	575.0	0.02	<u>597</u>	0.20
smval5b	<u>613</u>	0.20	<u>613</u>	0.39	577.4	13.31	579	tle	577.4	0.11	608	tle
smval5c	<u>697</u>	0.03	<u>697</u>	0.38	691.8	25.50	692	tle	691.8	0.09	<u>697</u>	7.20
smval5d	718	0.89	<u>719</u>	0.49	684.5	226.84	685	tle	684.5	0.41	706	tle
smval6a	<u>326</u>	0.03	<u>326</u>	0.11	295.0	1.16	297	tle	295.0	0.02	<u>326</u>	0.55
smval6b	<u>317</u>	0.05	<u>317</u>	0.22	296.0	4.53	297	tle	296.0	0.05	<u>317</u>	6.11
smval6c	355	0.78	<u>365</u>	0.44	339.5	82.84	340	tle	339.5	0.14	349	tle
smval7a	<u>364</u>	0.05	<u>364</u>	0.99	338.0	1.39	339	tle	338.0	0.02	<u>364</u>	2.78
smval7b	<u>412</u>	0.03	<u>412</u>	0.44	406.0	6.58	406	tle	406.0	0.09	<u>412</u>	7.64
smval7c	417	0.84	<u>424</u>	1.53	397.8	169.92	398	tle	397.8	0.27	411	tle
smval8a	<u>581</u>	0.03	<u>581</u>	0.16	566.0	1.89	<u>581</u>	1964.02	566.0	0.03	<u>581</u>	0.11
smval8b	<u>531</u>	0.06	<u>531</u>	0.22	508.0	5.97	509	tle	508.0	0.09	<u>531</u>	19.63
smval8c	<u>617</u>	0.12	<u>617</u>	0.39	589.9	142.44	590	tle	589.9	0.22	611	tle
smval9a	<u>458</u>	0.05	<u>458</u>	0.38	436.0	4.00	445	tle	436.0	0.06	<u>458</u>	4.89
smval9b	<u>453</u>	0.08	<u>453</u>	0.71	427.1	22.50	428	tle	427.1	0.27	<u>453</u>	26.09
smval9c	<u>428</u>	0.13	<u>428</u>	24.17	396.0	33.20	396	tle	396.0	0.20	<u>428</u>	53.59
smval9d	<u>514</u>	0.14	<u>514</u>	9.99	485.9	491.69	486	tle	485.9	0.58	509	tle
smval10a	<u>634</u>	0.05	<u>634</u>	3.30	613.0	5.45	626	tle	613.0	0.05	<u>634</u>	1.88
smval10b	<u>661</u>	0.08	<u>661</u>	1.93	635.0	18.62	636	tle	635.0	0.25	<u>661</u>	26.67
smval10c	<u>623</u>	0.08	<u>623</u>	2.74	594.0	37.09	594	tle	594.0	0.26	622	tle
smval10d	642	0.28	<u>643</u>	2.31	609.8	496.83	610	tle	609.8	0.28	635	tle

Sublinhado, colunas GMP e BBLP: valor óptimo para o MCARP.

Sublinhado, colunas \overline{RF} e \overline{ARF} : valores óptimos dos respectivos problemas.

Negro cheio: melhor limite inferior, por instância.

tle: tempo limite excedido (1 hora).

Tabela 4.16: Limites inferiores – *slpr*

Instância	GMP LB	GMP tempo	BBLP LB	BBLP tempo	\overline{RF}	\overline{RF} tempo	\overline{RF} LB	\overline{RF} tempo	\overline{ARF}	\overline{ARF} tempo	\overline{ARF} LB	\overline{ARF} tempo
slpr-a-01	<u>13484</u>	0.13	<u>13484</u>	0.11	13484.0	0.25	<u>13484</u>	4.27	13484.0	0.03	<u>13484</u>	0.08
slpr-a-02	<u>28052</u>	0.16	<u>28052</u>	0.93	28036.3	4.95	<u>28052</u>	2461.14	28036.3	0.06	<u>28052</u>	1.77
slpr-a-03	<u>76115</u>	0.92	76108	58.44	tle	tle	tle	tle	75965.9	8.45	76094	tle
slpr-a-04	<u>126946</u>	83.21	126941	339.28	tle	tle	tle	tle	126654.3	166.72	126799	tle
slpr-a-05	202723	tle	<u>202735</u>	2424.46	erro	-	erro	-	tle	tle	tle	tle
slpr-b-01	<u>14835</u>	0.14	<u>14835</u>	0.11	14813.0	0.31	<u>14835</u>	2.50	14813.0	0.01	<u>14835</u>	0.01
slpr-b-02	<u>28654</u>	0.16	<u>28654</u>	0.88	28618.0	3.23	<u>28654</u>	1683.91	28618.0	0.03	<u>28654</u>	1.14
slpr-b-03	<u>77859</u>	0.22	77837	56.80	tle	tle	tle	tle	77684.0	8.42	77826	tle
slpr-b-04	<u>126932</u>	10.69	<u>126932</u>	412.66	tle	tle	tle	tle	126753.9	210.09	126755	tle
slpr-b-05	<u>209840</u>	2267.56	209791	3032.00	erro	-	erro	-	tle	tle	tle	tle
slpr-c-01	<u>18639</u>	0.23	<u>18639</u>	0.11	18444.6	0.52	18638	tle	18444.6	0.03	<u>18639</u>	2.63
slpr-c-02	<u>36339</u>	7.73	<u>36339</u>	1.48	35898.5	11.25	35899	tle	35898.5	0.11	36321	tle
slpr-c-03	110959	tle	<u>111117</u>	181.59	tle	tle	tle	tle	109966.6	204.72	110681	tle
slpr-c-04	168340	tle	<u>168441</u>	848.38	tle	tle	tle	tle	167083.8	1944.72	167114	tle
slpr-c-05	257819	tle	<u>257890</u>	3557.80	erro	-	erro	-	tle	tle	tle	tle

Sublinhado, colunas GMP e BBLP: valor óptimo para o MCARP.

Sublinhado, colunas \overline{RF} e \overline{ARF} : valores óptimos dos respectivos problemas.

Negro cheio: melhor limite inferior, por instância.

tle: tempo limite excedido (1 hora).

erro: erro no CPLEX.

Tabela 4.17: Limites inferiores – *slpr-01*

Instância	GMP2 LB	GMP2 tempo	$\frac{RF}{RF}$	RF tempo	$\frac{RF}{LB}$	RF tempo	$\frac{ARF}{ARF}$	ARF tempo	$\frac{ARF}{LB}$	ARF tempo
slpr-a-01-l21	<u>5864</u>	0.00	6164.0	0.03	6164	0.09	6164.0	0.02	6164	0.16
slpr-a-01-r21	<u>8382</u>	0.00	8682.0	0.01	8682	0.20	8682.0	0.02	8682	0.09
slpr-b-01-l21	<u>6103</u>	0.00	6381.0	0.00	6403	0.09	6381.0	0.00	6403	0.02
slpr-b-01-r21	<u>9495</u>	0.02	9795.0	0.02	9795	0.45	9795.0	0.00	9795	0.00
slpr-c-01-l21	<u>8356</u>	0.00	8618.0	0.03	8700	0.61	8618.0	0.00	8700	0.06
slpr-c-01-r21	<u>11625</u>	0.00	11880.0	0.02	11965	1.63	11880.0	0.02	11965	0.56
slpr-a-01-l23	<u>6542</u>	0.00	6531.8	0.22	6910	334.05	6531.8	0.02	6910	1.59
slpr-a-01-r23	<u>9042</u>	763.22	9022.0	0.33	9400	1124.16	9022.0	0.02	9400	4.33
slpr-b-01-l23	<u>6783</u>	0.00	6708.4	0.09	7083	469.97	6708.4	0.00	7083	0.28
slpr-b-01-r23	<u>10135</u>	0.00	10135.0	0.23	10475	74.44	10135.0	0.00	10475	0.41
slpr-c-01-l23	<u>9108</u>	0.06	9015.7	0.36	9403	tle	9015.7	0.02	9488	1511.56
slpr-c-01-r23	<u>12380</u>	0.03	12286.3	1.19	12542	tle	12286.3	0.02	12806	47.41
slpr-a-01-l34	<u>6944</u>	0.00	6906.3	0.76	7262	tle	6906.3	0.01	7288	172.97
slpr-a-01-r34	<u>9433</u>	0.02	9399.2	2.36	9751	tle	9399.2	0.03	9814	1406.61
slpr-b-01-l34	<u>7167</u>	0.02	7092.6	0.44	7140	tle	7092.6	0.02	7247	205.27
slpr-b-01-r34	<u>10475</u>	0.00	10475.0	1.47	10815	1977.47	10475.0	0.03	10815	5.72
slpr-c-01-l34	<u>9524</u>	0.83	9414.5	0.95	9486	tle	9414.5	0.01	9826	tle
slpr-c-01-r34	<u>12807</u>	0.02	12715.5	7.98	12723	tle	12715.5	0.03	13217	tle
slpr-a-01-25%l21	<u>2739</u>	0.02	3038.2	0.00	3120	0.69	3038.2	0.02	3120	0.19
slpr-a-01-25%r21	<u>4591</u>	0.00	4891.0	0.03	4933	4.31	4891.0	0.00	4933	0.50
slpr-b-01-25%l21	<u>2496</u>	0.01	2778.0	0.00	2840	0.25	2778.0	0.00	2840	0.09
slpr-b-01-25%r21	<u>2916</u>	0.00	3216.0	0.00	3252	0.13	3216.0	0.00	3252	0.03
slpr-c-01-25%l21	<u>2775</u>	0.00	3086.7	0.02	3194	2.16	3086.7	0.00	3194	1.37
slpr-c-01-25%r21	<u>3033</u>	0.03	3325.1	0.00	3475	1.25	3325.1	0.00	3475	0.50

Sublinhado, colunas GMP2: valor óptimo para o MCARP.

Sublinhado, colunas RF e ARF : valores óptimos dos respectivos problemas.

Negro cheio: melhor limite inferior, por instância.

tle: tempo limite excedido (1 hora).

todas as *slpr-01*. Atendendo a que as instâncias *smval* estão agrupadas em conjuntos de três ou quatro, cuja diferença mais relevante reside na capacidade dos veículos, é possível observar que aquelas para as quais não se alcançou o valor óptimo de ARF correspondem, em geral, a menores valores da capacidade, ou seja, a valores superiores para a proporção entre a procura média por tarefa e a capacidade do veículo.

Comparando os limites inferiores obtidos a partir de RF e ARF , verifica-se que, para os três conjuntos de instâncias estudadas, os segundos são sempre melhores ou iguais. Estes resultados podem dever-se a dois factores. O primeiro resulta da observação de que o valor óptimo de ARF , sempre que conhecido, é igual ao valor óptimo do problema, sugerindo que possa existir uma grande maleabilidade das instâncias testadas em formar viagens de custo total igual ao valor óptimo de ARF , onde as viagens não estão definidas – na Proposição 4.8, mostrou-se que estes valores óptimos nem sempre são iguais. Por outro lado, sendo ARF uma relaxação de RF em que se omitem as viagens, ARF beneficia de uma redução de dimensão que pode permitir, no mesmo tempo de execução

da pesquisa em árvore do CPLEX, chegar a melhores limites inferiores que RF .

Estabelecendo agora a relação com os minorantes GMP e BBLP, os resultados mostram que os limites inferiores produzidos através das formulações RF e ARF para o SARP são iguais aos limites GMP para cinco instâncias $slpr$ (em 15) e para 22 $smval$ (em 34). No entanto, para estes dois conjuntos de instâncias, os limites inferiores obtidos com RF ou ARF nunca são melhores do que os GMP. Quanto aos limites BBLP, estes são também sempre de valor superior para todas as instâncias $slpr$ e quase todas as $smval$, exceptuando a $smval3b$.

Sendo os limites GMP e BBLP provenientes do MCARP – que é uma relaxação do SARP em que não existe construção de sectores –, e à semelhança do que foi exposto acima em relação a RF e ARF , os resultados sugerem, para as instâncias $smval$ e $slpr$, uma relativa capacidade de “arrumar” tarefas em sectores de duração limitada mantendo o custo da solução do MCARP.

Para as instâncias $slpr-01$, contrariamente ao que sucede para as $smval$ e $slpr$, verifica-se uma clara vantagem dos limites inferiores provenientes de RF e de ARF , relativamente aos que se obtêm a partir do MCARP. Quando comparados com os limites GMP2, os de RF só não são melhores para três instâncias (em 24), sendo sempre superiores os ARF . Mesmo o valor da relaxação em programação linear de RF e ARF já é superior ao limite GMP2, para 15 destas instâncias.

O facto de os limites inferiores para o SARP poderem ser de melhor qualidade quando obtidos a partir das formulações RF e ARF do que aqueles que provêm do MCARP está relacionado com a estrutura das instâncias. As instâncias $slpr-01$ foram geradas de forma a terem um determinado número esperado de viagens na solução óptima do MCARP (vd. Sec. 3.4.3). No caso das instâncias com dois sectores e uma viagem na solução óptima do MCARP, $slpr-01-21$ e $slpr-01-25\%21$, sucedeu que, na solução óptima do SARP foi necessário considerar uma viagem adicional para que fosse possível respeitar o limite de duração dos sectores e a capacidade dos veículos. Situação semelhante ocorreu também para as instâncias com dois sectores e três viagens no MCARP, $slpr-01-23$, e com três sectores e quatro viagens no MCARP, $slpr-01-34$.

Sendo necessário considerar uma viagens adicional na solução óptima do SARP, relativamente ao M-CARP, o custo vai ser acrescido, pelo menos, do custo de uma descarga ($\lambda = 300$ no caso das instâncias *slpr-01*). Além disso, pode dar-se o caso de ter de ser necessário escolher percursos mais dispendiosos. É o que se passa em 17 das instâncias *slpr-01*. Das restantes, em cinco delas o aumento no custo é exactamente igual ao custo da descarga adicional.

Os resultados apresentados sugerem que as formulações *RF* e *ARF* para o SARP podem ser vantajosas na determinação de limites inferiores para este problema, face aos provenientes do M-CARP, nos casos em que as características da instância obrigam à criação de viagens adicionais no SARP. Como foi possível verificar, o acréscimo ao custo pode não se dever apenas ao evidente custo acrescido com descargas, mas também à necessidade de realizar percursos mais onerosos.

Como nota final, salienta-se que, idealmente, na formulação do SARP deveriam estar presentes condições que estabelecessem a contiguidade dos sectores. No entanto, estas condições não só não são fáceis de formalizar matematicamente, tal como focado por vários autores (Labelle et al., 2002; Perrier et al., 2008), como podem dificultar ainda mais a obtenção de soluções e limites inferiores.

4.6 Conclusões

Neste capítulo foram apresentadas, tanto quanto se sabe, pela primeira vez, formulações válidas para o SARP, desenvolvidas a partir de formulações já existentes para o M-CARP, com a particularidade de se basearem em fluxos e de conterem um número não exponencial de variáveis e de restrições. À formulação base foram adicionadas desigualdades válidas e restrições que eliminam algumas soluções alternativas, donde resultou uma formulação reforçada.

Foram também referidas várias relaxações para o SARP. Em concreto, o M-CARP, que resulta de omitir a existência de sectores e a relaxação da formação de viagens, que dá origem a uma formulação agregada derivada da formulação reforçada. Foram ainda

provados vários resultados teóricos que estabelecem a relação existente entre os valores óptimos dos diversos problemas envolvidos.

Mostrou-se ainda que o SARP não goza da propriedade da integralidade e que, dos dois conjuntos de variáveis envolvidas que têm de assumir valores inteiros, a exigência da integralidade em um deles não é suficiente para garantir a integralidade no outro.

A partir das formulações descritas neste trabalho, ou das suas relaxações, foi possível obter limites inferiores razoáveis e soluções óptimas dos problemas de menores dimensões: foram conseguidas soluções óptimas, em menos de uma hora, para instâncias com até 53 nodos e 169 ligações.

Os limites inferiores produzidos para o SARP pelas formulações propostas igualam, em muitos casos, a qualidade dos limites inferiores obtidos a partir do MCARP (em que se relaxa a formação de sectores) e, noutros casos, são mesmo melhores. A este respeito, é de salientar o contributo da formulação em que se relaxou a formação de viagens. Além disso, foi possível identificar características das instâncias do SARP que conduzem a que os limites inferiores obtidos através de formulações para o SARP sejam de melhor qualidade que os obtidos através do MCARP.

A razão pela qual os limites inferiores obtidos a partir do MCARP são, por vezes, de qualidade igual ou superior aos obtidos usando formulações do SARP pode dever-se ao facto de, no mesmo tempo de execução, serem alcançados melhores limites, dada a menor dimensão do problema relaxado. Por outro lado, os resultados parecem revelar que, para certas instâncias, as tarefas têm uma grande capacidade de se “arrumar” em viagens e sectores mantendo o mesmo custo que quando tais viagens e sectores não eram exigidos.

Por fim, é ainda de referir que no SARP, tal como foi formulado, não foram impostas condições consideradas relevantes, tais como a contiguidade e compacidade dos sectores. No entanto, a inclusão de tais condições poderia dificultar ainda mais a obtenção de soluções e limites inferiores.

Capítulo 5

Heurísticas para o Problema de Sectorização e Rotas nos Arcos

O SARP, tal como referido na Secção 3.3, é um problema NP-difícil, uma vez que combina um problema de partição (NP-difícil) e K MCARP (NP-difíceis). Além disso, para grandes cidades, o multigrafo associado contém centenas ou milhares de arcos e tais instâncias são, em geral, incomportáveis para algoritmos exactos. Por esta razão, neste capítulo são propostos métodos heurísticos construtivos para o SARP.

Os princípios gerais dos métodos apresentados para a obtenção de soluções admissíveis para o SARP são descritos na Secção 5.1. Na Secção 5.2 são detalhadas duas heurísticas em duas fases que diferem na fase 1, dedicada à construção de sectores, e têm em comum a fase 2, onde são construídas as viagens. Posteriormente, na Secção 5.3, é referida uma heurística de melhor inserção. Seguem-se alguns critérios para a avaliação de partições, definidos na Secção 5.4. As experiências computacionais são detalhadas na Secção 5.5, incluindo testes aos valores dos parâmetros das heurísticas e a comparação entre as três heurísticas desenvolvidas. Finalmente, na Secção 5.6, são referidas as principais conclusões deste capítulo.

Parte do conteúdo deste capítulo está publicado em Mourão et al. (2009).

5.1 Princípios gerais dos métodos heurísticos

O primeiro método heurístico, apresentado na Secção 5.2, é composto por duas fases: a fase 1 determina os sectores, enquanto que a fase 2 obtém as viagens em cada sector. Seleccionando uma de duas heurísticas para a fase de sectorização (fase 1) resultam duas variantes para esta heurística. O segundo método, detalhado na Secção 5.3, usa um princípio de melhor inserção para construir sectores e viagens em simultâneo.

As heurísticas em duas fases (TPH – *Two-Phase Heuristic*) e a heurística de melhor inserção (BIH – *Best Insertion Heuristic*) têm algumas componentes comuns. Cada sector é inicializado com uma tarefa-semente, usando uma das regras de selecção descritas na Secção 5.1.1. Depois, os sectores vão sendo aumentados com tarefas, executando um ciclo até que todas as tarefas estejam afectas. Em cada iteração é seleccionado um sector a ser aumentado. Os sectores são construídos em simultâneo, promovendo-se assim o equilíbrio entre eles. A selecção de sectores é descrita na Secção 5.1.2. A escolha das tarefas a incluir no sector, dependendo da heurística, tem como ideia subjacente o favorecimento de tarefas com baixa procura ou pequeno tempo de recolha, flexibilizando-se assim a obtenção de soluções. Começa, então, por explicar-se em detalhe cada uma destas componentes, comuns às diferentes heurísticas.

5.1.1 Inicialização de sectores

Em ambos os métodos heurísticos, cada um dos K sectores é inicializado considerando um arco com procura de R , designado por tarefa-semente. De seguida, são descritas duas regras para a escolha das tarefas-semente, ambas usando a distância U-dist da Equação (3.1) (pág. 51).

A primeira regra, designada MaxDist, tenta maximizar a distância entre as K tarefas-semente, para que fiquem, tanto quanto possível, espalhadas sobre toda a rede. A primeira tarefa-semente é a tarefa mais afastada do depósito. Uma a uma, as subseqüentes $(K - 1)$ tarefas-semente são escolhidas, de entre as tarefas ainda não afectas, maximizando a distância mínima às sementes já escolhidas.

A segunda regra, EquiDist, tenta colocar as K tarefas-semente equidistantes ao depósito e, ao mesmo tempo, tão longe umas das outras quanto possível. Antecipadamente, deverá fixar-se uma adequada U-dist, θ , ao lacete-depósito. Assim, as candidatas são todas as tarefas u ainda não afectas para as quais a U-dist ao lacete-depósito σ é não superior a θ : $U_{u\sigma} \leq \theta$. A primeira tarefa-semente é a candidata mais afastada do lacete-depósito. As restantes $(K - 1)$ tarefas-semente são iterativamente seleccionadas, de entre as candidatas ainda não afectas, de modo a maximizar a distância mínima às sementes já escolhidas e ao lacete-depósito.

Como nota, pode referir-se que as tarefas-semente (excepto a primeira) escolhidas no caso de se pretender usar uma heurística baseada em circuitos (TPH(CTH)) podem não ser as mesmas que as seleccionadas quando são usadas heurísticas baseadas em tarefas individuais (TPH(STH) e BIH). Isto pode suceder porque, no caso de TPH(CTH), após a selecção da tarefa-semente, todas as tarefas contidas num circuito que incluía a semente são também afectas ao sector, ficando assim, também estas tarefas, impossibilitadas de poder vir a ser semente de qualquer outro sector. Pelo contrário, no caso das heurísticas TPH(STH) e BIH, a tarefa-semente é, aquando da sua selecção, a única tarefa afecta ao sector.

5.1.2 Selecção de sectores e estimativas para a duração

Relembre-se que a duração dentro de um sector não pode exceder o limite de tempo L . Quando uma determinada tarefa não pode ser adicionada a um sector sem que seja violada esta restrição, o sector é fechado, caso contrário está aberto. Os sectores a expandir são sempre seleccionados de entre os sectores abertos.

No método de melhor inserção, os sectores e as viagens são construídos em simultâneo e, portanto, a duração total de um sector é igual à duração total das suas viagens. Pelo contrário, nos métodos em duas fases tal duração total não está disponível na fase 1, uma vez que as viagens só são determinadas na fase 2. Neste caso, tem de ser usada uma estimativa, sendo, de seguida, descritas duas possíveis.

Uma estimativa muito simples consiste na soma dos tempos de recolha das tarefas dentro do sector, designada por CTE (*Collecting Time Estimate*). Para cada sector, esta estimativa é um limite inferior para a duração do seu serviço.

Uma outra estimativa um pouco mais elaborada, BIE (*Best Insertion Estimate*), baseia-se na construção de viagens imaginárias usando uma heurística de melhor inserção. Estas viagens são chamadas imaginárias, na medida em que são válidas apenas durante a fase 1. Ao contrário de CTE, a estimativa BIE não é, no entanto, um limite inferior para a duração do serviço de cada sector. De cada vez que uma tarefa u é adicionada a um sector k , a estimativa de duração BIE é actualizada de acordo com o menor custo de inserção IC^* de u (ou de $inv(u)$, se este for não nulo) numa viagem (imaginária) já existente em k ou numa nova viagem.

Tal como é referido na Secção 3.2.4, uma viagem r pode ser codificada como uma sequência de índices de tarefas, entre duas cópias do lacete-depósito σ , com caminhos mais curtos implicitamente determinados usando as D-dist. Assim, uma viagem pode ser denotada por $r = (v_0 = \sigma, v_1, v_2, \dots, v_l, v_{l+1} = \sigma)$, onde l é o número de tarefas ou *comprimento* de r . O custo de inserção ou variação de custo $IC(r, i, u)$ que resulta de inserir a tarefa u na viagem r , a seguir ao elemento i , $0 \leq i \leq l$, é dado por:

$$IC(r, i, u) = \begin{cases} D_{\sigma, u} + t_u + D_{u, \sigma} + \lambda, & \text{se } l = 0 \text{ } (v_0 = v_1 = \sigma) \\ D_{v_i, u} + t_u + D_{u, v_{i+1}} - D_{v_i, v_{i+1}}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.1)$$

Seja T_k o conjunto corrente de viagens (imaginárias) no sector k e considere-se que este inclui sempre uma viagem vazia ($v_0 = \sigma, v_1 = \sigma$) de tamanho 0 e custo 0. Graças a este artifício, o melhor custo de inserção $IC^*(k, u)$ de u numa viagem não vazia do sector k ou numa nova viagem pode ser determinado usando a equação seguinte:

$$IC^*(k, u) = \min\{IC(r, i, u) \mid r \in T_k \wedge Q_r + q_u \leq W \wedge 0 \leq i \leq \text{comprimento}(r)\}. \quad (5.2)$$

De modo a promover sectores mais equilibrados, estes são construídos em simultâneo. Em cada iteração, é escolhido para expandir o sector com menor estimativa para a duração (métodos em duas fases) ou menor duração exacta (heurística de melhor

inserção).

5.2 Métodos em duas fases

5.2.1 Princípio de funcionamento

As heurísticas em duas fases para o SARP reproduzem o comportamento de grande parte dos gestores de redes de recolha de resíduos. Numa primeira fase, os arcos com procura são divididos por K sectores com uma estimativa de duração não superior a L . Numa segunda fase, a elaboração de viagens, dentro de cada sector, é modelada por um MCARP, sendo determinadas soluções admissíveis com base nas heurísticas descritas em Lacomme et al. (2004).

Na fase 1 podem ser chamadas duas heurísticas de sectorização, que são descritas primeiro para uma melhor compreensão do algoritmo total. A primeira, denominada CTH (*Circuit of Tasks Heuristic*), é explicada na Secção 5.2.2. CTH adiciona, ao sector seleccionado, as tarefas de um circuito com procura pequena determinado sobre um grafo equilibrado. O funcionamento de CTH baseia-se na existência de pelo menos um circuito num grafo equilibrado: uma vez removido um circuito, o grafo resultante permanece equilibrado, o que garante a existência de circuitos nas iterações subsequentes.

A segunda heurística de sectorização, designada STH (*Single Task Heuristic*), é detalhada na Secção 5.2.3. Em STH, é adicionada uma tarefa individual ao sector escolhido. Na Secção 5.2.4 é feita uma breve descrição das heurísticas para o MCARP e na Secção 5.2.5 é proposto um algoritmo geral, TPH, para os métodos em duas fases.

5.2.2 Heurística de tarefas em circuitos (CTH)

O princípio de CTH consiste em determinar um circuito de procura mínima num grafo equilibrado (Mourão e Amado, 2005) e em afectar todas as tarefas deste circuito a um sector. Tentam, assim, construir-se sectores nos quais as tarefas possam vir a ser

ligadas com um pequeno conjunto de arcos em vazio durante a fase de construção de viagens (fase 2). Isto mostra-se particularmente importante em redes com bastantes ruas de sentido único.

Sempre que possível, um sector k é primeiro expandido com as tarefas de um circuito incluindo um dos seus nodos internos, isto é, um nodo pertencente a tarefas já incluídas no sector. Esta estratégia é designada expansão interna. Espera, deste modo, favorecer-se a contiguidade e a compacidade dos sectores.

Se não existirem circuitos que contenham nodos internos e tarefas por afectar, será então usada a expansão externa, que consiste em fazer crescer o sector usando o circuito construído a partir da tarefa não afecta mais próxima do sector. As tarefas atravessadas pelo circuito são adicionadas ao sector e removidas do grafo equilibrado.

A seguir, nesta secção, são detalhados os passos de CTH e é apresentada a estrutura algorítmica resultante.

Grafo equilibrado

Os circuitos de procura mínima são identificados num grafo equilibrado $G_B = (N_B, A_B)$ obtido a partir do grafo de procuras $G_R = (N_R, R)$. Um grafo orientado é equilibrado se o grau interno de cada nodo i , $d^-(i)$, for igual ao seu grau externo, $d^+(i)$. Em tal grafo, qualquer tarefa pertence a pelo menos um circuito. G_B é obtido adicionando a G_R cópias em vazio de arcos de G , de modo a torná-lo equilibrado ao custo mínimo. A identificação dos arcos em vazio a juntar a G_R pode ser feita pela resolução de um problema de transportes (TP), tal como sugerido em Beltrami e Bodin (1974). Para este efeito, pode ser usado o algoritmo primal-dual descrito em Syslo et al. (1983). Assim como G_R , G_B não é necessariamente conexo.

No TP, cada nodo i com $d^-(i) > d^+(i)$ em G_R é uma origem, com oferta $d^-(i) - d^+(i)$, e cada nodo j tal que $d^+(j) > d^-(j)$ é um destino, com procura $d^+(j) - d^-(j)$. O custo unitário de transporte entre uma origem i e um destino j é dado pela duração

Expansão interna de sectores – selecção do nodo interno

Quando possível, ou seja, se $N_k \cap N_B \neq \emptyset$, o sector k é expandido internamente, determinando um circuito de procura mínima em G_B que inclua um certo nodo $i \in N_k \cap N_B$. São propostas duas regras para a selecção desse nodo i : MDC e CST.

A regra MDC (*Maximum Demand Circuit*) determina um circuito de procura mínima $c(j)$ em G_B para cada nodo interno $j \in N_k \cap N_B$ e, de entre os circuitos identificados, devolve o nodo i correspondente ao circuito $c(i)$ com maior procura:

$$i = \arg \max \{Q_{c(j)} | j \in N_k \cap N_B\}.$$

Devido ao facto de os caminhos terem de ser determinados de arco para arco (vd. Sec. 3.2.3), a obtenção do circuito de procura mínima $c(j)$ incluindo um nodo $j \in N_k \cap N_B$ requer a determinação de um circuito para cada arco que parte de j . Assim, se $Q_{c(j)}$ representar a procura total em $c(j)$, o circuito de procura mínima $c(j)$ é tal que:

$$Q_{c(j)} = \min \{Q_{c(u)} | u \in A_B \wedge b(u) = j\}.$$

A regra CST (*Closest to Seed-Task*) selecciona em $N_k \cap N_B$ o nodo interno i mais próximo da tarefa-semente, a , do sector k . Pretende, assim, favorecer-se a construção de sectores compactos. Com base na U-dist entre arcos, a distância entre qualquer arco $u \in A$ e qualquer nodo $j \in N$ pode ser definida por:

$$U_u^j = \min \{U_{uv} | v \in A \wedge b(v) = j\}.$$

O nodo i mais próximo da tarefa-semente a pode então ser determinado como se segue:

$$i = \arg \min \{U_a^j | j \in N_k \cap N_B\}.$$

Expansão externa de sectores – selecção da tarefa

Se o sector k estiver aberto (i.e., se for expansível) e $N_k \cap N_B = \emptyset$, k será expandido externamente, com base na tarefa b não afecta mais próxima da sua tarefa-semente,

usando a U-dist. Em G_B , é então identificado o circuito de procura mínima contendo b .

A expansão externa é usada na tentativa de obter um conjunto de sectores bem equilibrados em termos de duração, e também para evitar, tanto quanto possível, chegar a uma situação em que existam tarefas por afectar sem que possam ser adicionadas aos sectores, já que, nestes casos, poderá ser necessário impor um aumento, não desejável, no número de sectores.

A expansão externa de sectores é também considerada uma vez que, para a aplicação que serviu de base a este estudo – a recolha de resíduos –, se considera mais relevante o equilíbrio dos sectores do que a sua compacidade ou contiguidade.

Actualização do grafo equilibrado e dos sectores

Uma vez determinado o circuito de procura mínima c a incluir num certo sector k , todos os seus arcos, com procura ou não, são eliminados de G_B e diz-se que c é removido de G_B . Desta forma, o grafo resultante permanece equilibrado. Os nodos em G_B sem ligações incidentes são também eliminados.

Por outro lado, toda a tarefa u atravessada pelo circuito c é inserida no sector k . Diz-se que c é adicionado a k , embora apenas as tarefas o sejam. Se u representa uma aresta com procura, então existe um arco v tal que $inv(u) = v$. Quer seja ou não atravessado por c , v é também adicionado ao sector. Este procedimento irá deixar, para a fase de elaboração das rotas (fase 2), a escolha do melhor sentido para servir a aresta. Note-se que, no entanto, o grafo equilibrado tem de ser cuidadosamente actualizado no caso de v não estar em c : v tem de permanecer em G_B , mas como arco sem procura.

Algoritmo de CTH

A heurística CTH é resumida no Algoritmo 5.1. Nesta, têm de ser seleccionados valores para três parâmetros:

- $SSR \in \{\text{MaxDist}, \text{EquiDist}\}$ identifica a regra para a selecção de sementes (SSR – *Seeds Selection Rule*) – veja-se a Secção 5.1.1;
- $WE \in \{\text{CTE}, \text{BIE}\}$ é a estimativa para a duração dos sectores (WE – *Workload Estimate*) – veja-se a Secção 5.1.2;
- $NSR \in \{\text{MDC}, \text{CST}\}$ é a regra de selecção para o nodo interno (NSR – *Node Selection Rule*), usada na expansão interna de sectores – veja-se a Secção 5.2.2 (Expansão interna de sectores – selecção do nodo interno), página 116.

Começa por obter-se o grafo equilibrado. Cada um dos K sectores é depois inicializado com uma tarefa-semente e com as tarefas de um circuito de procura mínima, em G_B , contendo a semente. Após esta inicialização, é executado um ciclo onde se vão aumentando os sectores até todas as tarefas estarem afectas.

Em cada iteração, é seleccionado o sector aberto k com menor estimativa para a duração. Se $N_k \cap N_B \neq \emptyset$, então é determinado um circuito de procura mínima obtido a partir de um nodo interno, para uma expansão interna. Caso contrário, é obtido um circuito de procura mínima que inclua a tarefa mais próxima da tarefa semente de k , para uma expansão externa. Em ambos os tipos de expansão, o circuito encontrado é adicionado ao sector k e removido de G_B , caso a duração total estimada não exceda L . Se tal não acontecer, a expansão falha e o sector k é fechado.

O processo descrito está inserido num ciclo principal que incrementa o número total de sectores, K , caso todos os sectores estejam fechados antes da afectação de todas as tarefas, indicando que a sectorização não é admissível para o número de sectores inicialmente estipulado. No entanto, estes incrementos são raros caso K seja estimado correctamente.

Removendo um circuito em cada iteração, G_B permanece equilibrado, o que garante a existência de circuitos até ao final. Note-se que o processo de sectorização pode terminar com um grafo G_B não vazio, mas contendo apenas arcos sem procura.

Exemplo 5.2. Retomando o grafo equilibrado do Exemplo 5.1 (pág. 115), respeitante

Algoritmo 5.1 Heurística de Tarefas em Circuitos: $CTH(SSR, WE, NSR)$

```

1: determinar o grafo equilibrado  $G_B$ 
2: repeat
3:    $G_B^1 = G_B$ 
4:   //Inicializar  $K$  sectores abertos
5:   for  $k = 1$  to  $K$  do
6:      $WE(k) := 0$  //inicializar a estimativa de duração do sector  $k$ 
7:      $R_k := \emptyset, N_k := \emptyset$ 
8:     seleccionar a tarefa-semente  $a \in R$  usando a regra  $SSR$ 
9:     determinar em  $G_B^1$  um circuito de procura mínima  $c$  contendo  $a$ 
10:    actualizar  $R_k$  e  $N_k$  //adicionar as tarefas de  $c$  a  $k$ , e os seus inversos, caso existam
11:    actualizar  $WE(k)$  e  $G_B^1$  //remover  $c$  de  $G_B^1$ 
12:  end for
13:  //Expandir sectores
14:   $S_O := \{1, 2, \dots, K\}$  //conjunto de sectores abertos
15:  repeat
16:    seleccionar o sector  $k \in S_O$  com a menor estimativa de duração
17:    if  $N_k \cap N_B \neq \emptyset$  then
18:      seleccionar o nodo  $i \in N_k$  usando a regra  $NSR$  //expansão interna
19:      determinar em  $G_B^1$  um circuito de procura mínima  $c$  contendo o nodo  $i$ 
20:    else
21:      seleccionar a tarefa  $b \in R \cap A_B$  mais próxima da tarefa-semente de  $k$  //expansão
        externa
22:      determinar em  $G_B^1$  um circuito de procura mínima  $c$  contendo a tarefa  $b$ 
23:    end if
24:    if  $WE(R_k \cup R_c) \leq L$  then
25:      actualizar  $R_k$  e  $N_k$  //adicionar as tarefas de  $c$  a  $k$ , e os seus inversos, caso existam
26:      actualizar  $WE(k)$  e  $G_B^1$  //remover  $c$  de  $G_B^1$ 
27:    else
28:       $S_O := S_O \setminus \{k\}$  //fechar o sector  $k$ 
29:    end if
30:  until todas as tarefas estão afectas aos sectores or  $S_O = \emptyset$ 
31:  if ainda existem tarefas não afectas then  $K := K + 1$ 
32: until todas as tarefas estão afectas aos sectores

```

ao Exemplo 3.1 (vd. Sec. 3.5, pág. 59), é exemplificada de seguida uma versão da heurística CTH, de modo a visualizar-se a sua execução para algumas das opções disponíveis. Relembre-se que os sectores são compostos apenas por tarefas (arcos com procura). Ao longo da execução da heurística representam-se, na mesma rede, quer o grafo equilibrado resultante, quer os sectores obtidos até ao momento. Para distinguir, com linha fina têm-se os arcos ainda presentes no grafo equilibrado (linha contínua ou tracejado, respectivamente para arcos com e sem procura) e os arcos a tracejado cheio referem-se aos sectores, de acordo com a legenda apresentada na Figura 5.2.

Para a versão CTH(MaxDist,CTE,CST), isto é, usando as opções MaxDist para a inicialização dos $K = 3$ sectores, CTE para a estimação da duração dentro dos sectores e CST para a selecção do nodo interno, as várias iterações executadas são as apresentadas na Tabela 5.1, a que correspondem as imagens na Figura 5.2.

Tabela 5.1: Iterações para CTH(MaxDist,CTE,CST)

It.	$\min WE(k)$	k	a	$N_k \cap N_B$	i	b	c	R_c	$WE(R_k \cup R_c)$	$WE(k)$	S_O
Inic.	—	1	17	—	—	—	(17,15)	{17,15}	—	10	{1}
Inic.	—	2	1	—	—	—	(1,3)	{1,3}	—	10	{1,2}
Inic.	—	3	19	—	—	—	(19,14)	{19}	—	5	{1,2,3}
1	5	3	—	{6,9}	6	—	(13,7)	{13,7}	10	10	{1,2,3}
2	10	1	—	{7,8}	7	—	(15,16,11,9)	{16,11}	20	20	{1,2,3}
3	10	2	—	{5,2}	2	—	(4,6)	{4,6}	15	15	{1,2,3}
4	10	3	—	{9}	9	—	(20,18)	{18}	15	15	{1,2,3}
5	15	2	—	{5,2}	2	—	(5,10)	{10}	20	20	{1,2,3}
6	15	3	—	\emptyset	—	8	(8,2)	{8}	20	20	{1,2,3}

$\underline{u} - u$ é um arco que tem arco inverso e, os dois em conjunto, representam a mesma aresta com procura

Os sectores 1, 2 e 3 são compostos pelas tarefas {11,15,16,17}, {1,3,4,6,10} e {7,8,13,18,19}, respectivamente, com duração total estimada em 20 para cada um deles. Aplicando posteriormente a heurística EM (fase 2), obtêm-se as viagens apresentadas na Tabela 5.2 para cada um dos sectores, de que resultam as durações 28, 26 e 30, inferiores a $L = 34$, respectivamente para os sectores 1, 2 e 3.

□

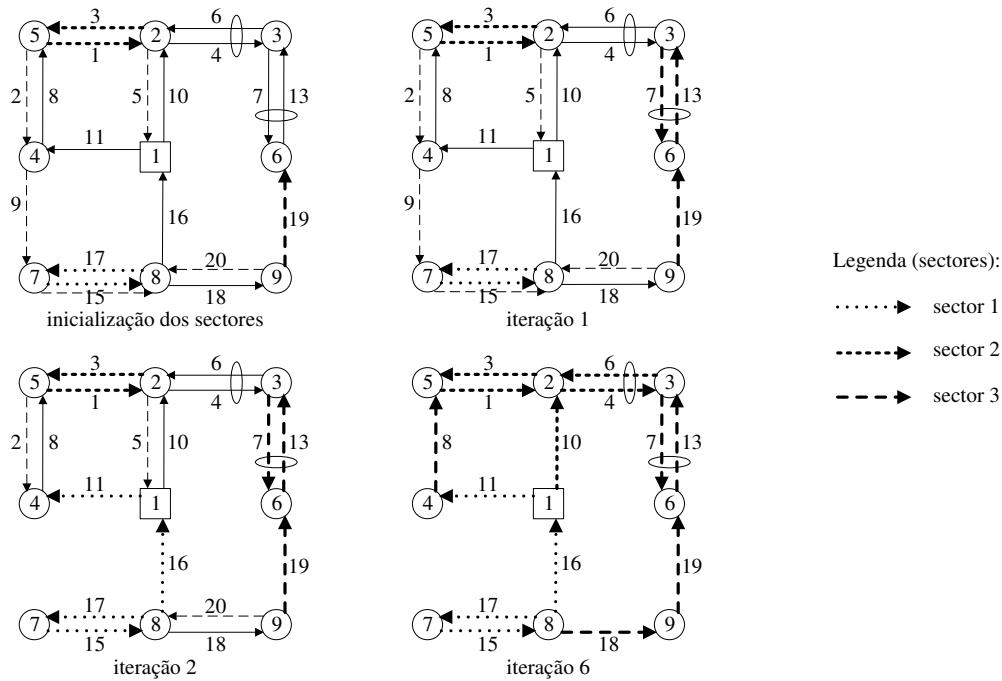


Figura 5.2: Grafo equilibrado e sectores resultantes para CTH(MaxDist,CTE,CST)

Tabela 5.2: Viagens (EM) para sectores obtidos com CTH(MaxDist,CTE,CST)

	Sector					
	1		2		3	
Viagem	1		2		3	
Viagem	(11,9,17,15,16)	(11,9,15,16)	(10,3,1,4,6,5)	(10,5)	(10,4,7,14,20,18,19,13)	(11,8,1,5)
Tarefas servidas	15,16,17	11	1,3,6	10	13,18,19	8
Duração da viagem	19	9	19	7	21	9
Duração do sector	28		26		30	

5.2.3 Heurística de tarefa simples (STH)

A STH é uma heurística de sectorização mais simples que, ao contrário de CTH, adiciona uma tarefa de cada vez a um sector. De modo a promover a compacidade e a contiguidade dos sectores, a tarefa inserida num sector, em cada iteração, é a que está mais próxima da tarefa-semente respectiva, de entre as ainda não afectas. Para calcular esta proximidade foram considerados dois tipos de distâncias, que podem ser usados em alternativa e se passam a descrever.

A primeira distância é U-dist, já usada em CTH para a expansão externa de sectores. Esta distância tem a vantagem de se relacionar com as distâncias percorridas pelos veículos, podendo ser um factor relevante quando se escolhe uma tarefa para inserir num sector.

A segunda distância, E-dist, baseia-se na distância euclidiana entre nodos. Para o seu cálculo é obviamente necessário que as coordenadas dos nodos estejam disponíveis, o que é geralmente o caso em situações reais. Esta distância tem a vantagem de poder favorecer a inclusão de tarefas que estejam geograficamente mais próximas do sector, contribuindo assim para a compacidade e contiguidade deste. Note-se que uma tarefa pode estar geograficamente perto de um sector e, no entanto, requerer um longo tempo de viagem até ser alcançada, ao qual corresponde um também elevado valor de U-dist – por exemplo, quando a rede contém muitas ruas de sentido único ou viragens proibidas –, sugerindo que E-dist poderá originar soluções diferentes das obtidas com U-dist.

Dada a distância euclidiana δ^{pq} entre dois nodos $p, q \in N$, a E-dist entre uma tarefa $u = (i, j)$, com $i, j \in N$, e uma tarefa-semente $a = (k, l)$, com $k, l \in N$, é definida por:

$$E_{ua} = \min\{\delta^{ik}, \delta^{il}, \delta^{jk}, \delta^{jl}\}.$$

A heurística STH é descrita no Algoritmo 5.2. Tal como na CTH, são necessários os parâmetros $SSR \in \{\text{MaxDist}, \text{EquiDist}\}$, para a selecção de sementes (vd. Sec. 5.1.1) e $WE \in \{\text{CTE}, \text{BIE}\}$, para estimar a duração dos sectores (vd. Sec. 5.1.2). É preciso ainda um parâmetro específico:

- $DK \in \{\text{U-dist}, \text{E-dist}\}$ define a distância a usar na selecção da tarefa em cada iteração ($DK - \text{Distance Kind}$).

Nesta heurística, cada sector é inicializado com uma tarefa-semente. Os sectores são depois expandidos, até que todas as tarefas tenham sido afectas. Em cada iteração, é seleccionado o sector aberto k com menor estimativa para a duração. A tarefa ainda não afecta mais próxima da tarefa-semente é adicionada a k , se a duração estimada resultante não exceder L ; caso contrário, o sector é fechado. Tal como em CTH, este processo pode falhar se K for demasiado pequeno e, por esta razão, está inserido num ciclo principal que incrementa K , se necessário.

Algoritmo 5.2 Heurística de Tarefa Simples: $\text{STH}(\text{SSR}, \text{WE}, \text{DK})$

```

1: repeat
2:   //Inicializar  $K$  sectores abertos
3:    $R^1 := R$  //conjunto de arcos com procura ainda não afectos aos sectores
4:   for  $k = 1$  to  $K$  do
5:      $\text{WE}(k) := 0$  //inicializar a estimativa de duração do sector  $k$ 
6:      $R_k := \emptyset, N_k := \emptyset$ 
7:     seleccionar a tarefa-semente  $a \in R$  usando a regra  $\text{SSR}$ 
8:     actualizar  $R_k$  e  $N_k$  //adicionar  $a$  (e  $\text{inv}(a)$ , se não nulo) a  $R_k$ 
9:     actualizar  $\text{WE}(k)$  e  $R^1$  //remover  $a$  (e  $\text{inv}(a)$ , se não nulo) de  $R^1$ 
10:  end for
11:  //Expandir sectores
12:   $S_O := \{1, 2, \dots, K\}$  //conjunto de sectores abertos
13:  repeat
14:    seleccionar o sector  $k \in S_O$  com a menor estimativa de duração
15:    seleccionar a tarefa  $b \in R^1$  mais próxima da tarefa-semente de  $k$ , usando a distância  $DK$ 
16:    if  $\text{WE}(R_k \cup \{b\}) \leq L$  then
17:      actualizar  $R_k$  e  $N_k$  //adicionar  $b$  (e  $\text{inv}(b)$ , se não nulo) a  $R_k$ 
18:      actualizar  $\text{WE}(k)$  e  $R^1$  //remover  $b$  (e  $\text{inv}(b)$ , se não nulo) de  $R^1$ 
19:    else
20:       $S_O := S_O \setminus \{k\}$  //fechar o sector  $k$ 
21:    end if
22:  until  $R^1 = \emptyset$  or  $S_O = \emptyset$ 
23:  if ainda existem tarefas não afectas then  $K := K + 1$ 
24: until todas as tarefas estão afectas aos sectores

```

5.2.4 Heurísticas para o MCARP

As heurísticas EM, EPS e EU (Lacomme et al., 2004) usadas na fase 2 são extensões de heurísticas clássicas para o CARP para redes mistas com viragens proibidas. Estas têm o atractivo de proporcionar “boas” soluções em pouco tempo de execução.

A heurística EM (*Extended Merge*) é a versão para o MCARP do algoritmo *Augment-Merge* (Golden e Wong, 1981), sem a fase denominada *Augment*. Começando com uma solução trivial na qual cada tarefa é servida por uma viagem diferente, cada iteração de EM avalia a fusão de quaisquer duas viagens, sujeitas a W (capacidade do veículo) e L (duração máxima por sector), e funde as duas viagens que dão origem à maior poupança positiva. O processo é repetido enquanto existirem fusões admissíveis. Em Belenguer et al. (2006) foi adicionada uma regra de desempate para melhorar EM: quando há várias fusões com a mesma poupança associada, é dada prioridade àquela para a qual as viagens têm maior discrepância na carga recolhida. Deste modo, favorece-se a criação de um pequeno número de viagens maiores capazes de absorver viagens muito mais pequenas. Sem isto, o processo de fusão termina mais cedo, porque a maior parte das viagens ficam com mais de metade da carga permitida e não podem ser fundidas, embora a sua procura total possa ser ainda bastante inferior a W .

A heurística EPS (*Extended Path Scanning*) corresponde à heurística *Path-Scanning* para o CARP (Golden et al., 1983), um método do tipo “vizinho mais próximo”, complementado com cinco regras de desempate. São determinadas cinco soluções, uma por cada regra, sendo depois seleccionada a melhor.

A heurística EU (*Extended Ulusoy*) é uma adaptação da heurística de Ulusoy (Ulusoy, 1985). Primeiro, a capacidade dos veículos é relaxada para gerar um pequeno conjunto de rotas gigantes. Usando depois um algoritmo adequado, cada um destes circuitos é partido e convertido numa solução admissível para o MCARP, sendo devolvida a melhor dessas soluções.

O exemplo seguinte ilustra como, a partir de heurísticas para o CARP, não é trivial a extensão de heurísticas para o MCARP. No CARP, definido numa rede não orientada,

uma viagem A tem o mesmo custo que a sua inversa \bar{A} . Por esta razão, têm de ser testadas quatro formas de fundir duas viagens A e B : (A, B) , (A, \bar{B}) , (\bar{A}, B) e (\bar{A}, \bar{B}) . De facto, a combinação (\bar{B}, \bar{A}) , por exemplo, pode não ser testada por ser equivalente a (A, B) . No MCARP, os custos de A e \bar{A} são em geral diferentes, e portanto têm de ser avaliadas oito combinações. Em Lacomme et al. (2004) há mais detalhes sobre estas implementações.

5.2.5 Estrutura geral de TPH

A estrutura geral das heurísticas em duas fases está detalhada no Algoritmo 5.3. As duas fases estão inseridas num ciclo principal, uma vez que estas podem falhar para o número K de sectores inicialmente escolhido. Neste caso, K é incrementado e o processo é repetido. Para além dos parâmetros transmitidos às heurísticas de sectorização, TPH requer dois parâmetros específicos, SH e RH . SH indica a heurística de sectorização a usar na fase 1. Se $SH = CTH$, CTH é chamada com os seus parâmetros SSR , WE e NSR anteriormente explicados. Caso contrário, ($SH = STH$), STH é executada com os seus parâmetros SSR , WE e DK . Por sua vez, RH especifica a heurística MCARP utilizada para determinar viagens admissíveis em cada sector na fase 2: EM, EPS ou EU.

5.3 Heurística de melhor inserção (BIH)

A heurística de melhor inserção (BIH) para o SARP constrói os sectores e as viagens em paralelo. Esta heurística partilha as seguintes características com os métodos em duas fases: i) cada sector é inicializado com uma tarefa-semente; ii) o sector com menor duração é seleccionado para expandir em cada iteração, para favorecer o equilíbrio entre sectores; e iii) uma tarefa próxima do sector é-lhe adicionada, de modo a minorar o aumento da duração e a tentar manter o sector compacto e contíguo, tanto quanto possível. Em BIH não é necessário estimar a duração, uma vez que é conhecida a duração exacta das viagens em cada sector.

Algoritmo 5.3 Heurística em Duas Fases: TPH (SH, RH)

```

1: escolher  $K$ 
2: repeat
3:   //Fase 1: heurística de sectorização detalhada em 5.2.2 e 5.2.3
4:   if  $SH = CTH$  then
5:     usar heurística de sectorização  $CTH(SSR, WE, NSR)$ 
6:   else
7:     usar heurística de sectorização  $STH(SSR, WE, DK)$ 
8:   end if
9:   //Fase 2: construção de viagens em cada sector
10:   $k := 1$ 
11:  repeat
12:    case  $RH$  of
13:      EM: chamar a heurística EM para o MCARP no sector  $k$ 
14:      EPS: chamar a heurística EPS para o MCARP no sector  $k$ 
15:      EU: chamar a heurística EU para o MCARP no sector  $k$ 
16:    end case
17:    if  $cost(k) > L$  then
18:       $failure := true$ 
19:    end if
20:    if not  $failure$  then
21:       $k := k + 1$ 
22:    end if
23:  until  $k = K + 1$  or  $failure$ 
24:  if  $failure$  then  $K := K + 1$ 
25: until not  $failure$ 

```

A heurística BIH está resumida no Algoritmo 5.4. Como entrada, são necessários parâmetros já usados em heurísticas anteriores: $SSR \in \{\text{MaxDist}, \text{EquiDist}\}$, para a regra de selecção das sementes (vd. Sec. 5.1.1), e $DK \in \{\text{U-dist}, \text{E-dist}\}$, para o tipo de distância (vd. Sec. 5.2.3). Primeiro, é seleccionada uma tarefa-semente, a , para inicializar cada sector, usando a regra SSR , e é criada a melhor viagem possível que sirva a , onde o outro sentido de serviço, $inv(a)$, é também considerado no caso de existir.

Em cada iteração do ciclo de expansão, é seleccionado o sector de menor duração total. Usando a distância DK , é seleccionada a tarefa b ainda não afecta mais próxima da tarefa-semente de k , sendo depois avaliado o custo mínimo de inserção IC^* (Eq. (5.2), pág. 112) de b – ou $inv(b)$, se for não nulo – numa viagem já existente em k ou numa nova viagem. Se o limite de duração L não for excedido, b – ou $inv(b)$ – é inserida na melhor viagem encontrada, caso contrário o sector é fechado.

5.3.1 Semelhanças entre BIH e TPH(STH)

Tal como descrito atrás, BIH e TPH(STH) têm em comum as regras de selecção de sementes (parâmetro SSR), a selecção do sector a expandir em cada iteração (as viagens de BIH coincidem com as viagens de TPH(STH) na fase 1) e a distância a usar na selecção da tarefa (parâmetro DK). Para a mesma combinação dos parâmetros SSR e DK , e desde que em TPH(STH) se considere a estimativa de duração BIE (parâmetro $WE=BIE$), BIH e TPH(STH) produzem partições idênticas. Apenas as viagens podem diferir após aplicar a fase 2 de TPH(STH).

5.4 Avaliação de partições

Podem ser usados vários critérios para avaliar uma partição S em sectores e as respectivas soluções para o SARP. O principal critério é a duração total das viagens para os K sectores, que corresponde ao valor da função objectivo considerada. Os critérios secundários descritos a seguir são, como se verá, complementos úteis para caracterizar

Algoritmo 5.4 Heurística de Melhor Inserção: BIH(SSR, DK)

```

1: introduzir  $K$ 
2: repeat
3:   //Inicializar  $K$  sectores abertos
4:    $R^1 := R$  //conjunto de arcos com procura ainda não afectos aos sectores
5:   for  $k = 1$  to  $K$  do
6:      $cost(k) := 0$  //inicializar a duração total das viagens do sector  $k$ 
7:     seleccionar a tarefa-semente  $a \in R$  usando a regra  $SSR$ 
8:     criar uma viagem de duração mínima com  $a$  ou  $inv(a)$ , se não nulo
9:     actualizar  $cost(k)$  e  $R^1$  //remover  $a$  (e  $inv(a)$ , se não nulo) de  $R^1$ 
10:  end for
11:   $S_O := \{1, 2, \dots, K\}$  //conjunto de sectores abertos
12:  repeat
13:    seleccionar o sector  $k \in S_O$  de menor duração
14:    seleccionar a tarefa  $b \in R^1$  mais próxima da tarefa-semente de  $k$ , usando a distância
       $DK$ 
15:     $BIC := IC^*(k, b)$ ;  $b^* := b$ 
16:    if  $inv(b) \neq 0$  and  $IC^*(k, inv(b)) < BIC$  then
17:       $BIC := IC^*(k, inv(b))$ ;  $b^* := inv(b)$ 
18:    end if
19:    if  $cost(k) + BIC \leq L$  then
20:      seja  $r^*$  a viagem associada a  $BIC$  e  $i^*$  a posição de inserção
21:      inserir  $b^*$  em  $r^*$ , a seguir ao elemento  $i^*$ 
22:      actualizar  $cost(k)$  e  $R^1$  //remover  $b^*$  (e  $inv(b^*)$ , se não nulo) de  $R^1$ 
23:    else
24:       $S_O := S_O \setminus \{k\}$  //fechar o sector  $k$ 
25:    end if
26:  until  $R^1 = \emptyset$  or  $S_O = \emptyset$ 
27:  if ainda existem tarefas não afectas then  $K := K + 1$ 
28: until todas as tarefas estão afectas aos sectores

```

partições e soluções admissíveis de instâncias do SARP. Relembre-se que X é uma solução admissível do SARP, obviamente condicionada a uma certa partição S .

Desvio do custo da solução (*gap*)

Sendo LB o melhor limite inferior conhecido para uma instância do SARP e X uma solução admissível, o desvio do custo $cost(X)$ dessa solução admissível relativamente a LB , designado por $gap(X)$, em percentagem, é definido por $gap(X) = ((cost(X) - LB)/LB) \cdot 100$.

Desequilíbrio

O desequilíbrio de uma solução X é definido como sendo a diferença entre o custo máximo e mínimo dos sectores, isto é, $imbal(X) = \max\{cost(k) | k \in S\} - \min\{cost(k) | k \in S\}$. Sendo cada sector afecto à tripulação de um único veículo, um desequilíbrio baixo reduz os riscos de conflitos entre tripulações, uma vez que têm volumes de trabalho idênticos.

Diâmetro

O diâmetro, juntamente com as medidas de dispersão, que se apresentam de seguida, caracteriza a configuração dos sectores. O diâmetro de um sector indica se as tarefas que lhe pertencem estão próximas ou afastadas. Para tal, é medido pela U-dist máxima entre duas das suas tarefas: $diam(k) = \max\{U_{uv} | u, v \in R_k\}$. O diâmetro de uma partição S é definido como sendo o maior destes valores, de entre os seus sectores, isto é, $diam(S) = \max\{diam(k) | k \in S\}$.

Medidas de dispersão

As medidas de dispersão são propostas para avaliar a compacidade dos sectores, baseando-se na distância média à tarefa-semente em cada sector e no seu desvio padrão. Dado um sector k e a sua tarefa-semente a , a distância média à tarefa semente é $\mu_k =$

$(1/|R_k|) \cdot \sum_{u \in R_k} U_{ua}$ e o desvio padrão é $\sigma_k = (1/|R_k|) \cdot \sum_{u \in R_k} (U_{ua} - \mu_k)^2$. Para uma dada partição S , sugere-se o uso do valor médio M_μ dos μ_k e do valor médio M_σ dos σ_k , ambos calculados usando todos os sectores $k \in S$.

5.5 Resultados computacionais

5.5.1 Introdução

As heurísticas para o SARP foram implementadas em Delphi 7 e executadas num computador pessoal Intel CORE 2 E6600 a 2.4 GHz com 2 GB de RAM e Windows XP. Estas heurísticas foram depois testadas usando os conjuntos de instâncias do SARP designados por *smval*, *slpr* e *slpr-01* descritos na Secção 3.4.

Foram avaliados três algoritmos: i) a heurística em duas fases TPH com a heurística de sectorização CTH (versão designada por TPH(CTH)); ii) TPH com o método de sectorização STH (TPH(STH)); e iii) a heurística de melhor inserção BIH. Estes métodos são constituídos por várias componentes, sendo algumas delas seleccionadas usando parâmetros, tal como é relembrado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Parâmetros usados pelas heurísticas

Parâmetro	Secção	Valores	Método heurístico		
			TPH(CTH)	TPH(STH)	BIH
<i>SSR</i> , selecção de sementes	5.1.1	MaxDist, EquiDist	×	×	×
<i>WE</i> , estimativa de duração	5.1.2	CTE, BIE	×	×	
<i>NSR</i> , selecção do nodo interno	5.2.2	MDC, CST	×		
<i>DK</i> , distância para selecção da tarefa	5.2.3	U-dist, E-dist		×	×
<i>RH</i> , heurística MCRP	5.2.5	EM, EPS, EU	×	×	

Os testes efectuados, incidindo sobre todas as combinações possíveis para os valores dos parâmetros, resultaram em 24 versões heurísticas para TPH(CTH), 24 para TPH(STH) e 4 para BIH. Estas combinações e a designação dada às versões heurísticas correspondentes são definidas nas subsecções dedicadas a cada uma das heurísticas. No entanto, para as instâncias *smval*, e dado não estarem disponíveis as coordenadas dos nodos, não podem ser testadas as versões em que se usa E-dist na selecção da tarefa (parâmetro

DK), levando assim a que só sejam testadas 12 versões de TPH(STH) e 2 versões de BIH.

As versões heurísticas foram comparadas usando os critérios para avaliação de partições introduzidos na Secção 5.4: desvio do custo da solução, desequilíbrio, diâmetro e medidas de dispersão. Tal como referido anteriormente, os melhores limites inferiores conhecidos para as instâncias do SARP são usados para calcular os desvios dos custos (*gaps*). Estes valores são apresentados no Capítulo 4, nas Tabelas 4.15, 4.16 e 4.17, respectivamente para as instâncias *smval*, *slpr* e *slpr-01*.

Dado o grande número de versões existentes para cada heurística, estas são analisadas, separadamente para as instâncias *smval* e *slpr*, apenas com base nos valores médio e máximo, de entre as 15 instâncias *slpr* e as 34 instâncias *smval*. Estes valores médios e máximos permitem tirar conclusões idênticas às que se tirariam dos resultados detalhados por instância. Estes resultados constam no Apêndice A para as instâncias *smval* e no Apêndice B para as instâncias *slpr*.

São apresentadas em tabelas separadas para os dois grupos de instâncias (*smval* e *slpr*) e para as três heurísticas (TPH(CTH), TPH(STH) e BIH). Em cada uma destas tabelas, cada versão da heurística corresponde a uma linha, na qual constam os valores médio e máximo obtidos para os vários critérios.

As colunas correspondentes aos diferentes critérios, desvio do custo da solução, desequilíbrio, diâmetro, e medidas de dispersão, são designadas, respectivamente, por Gap %, Imbal, Diam, M_μ e M_σ . Para cada critério (cada coluna) sublinha-se o valor mínimo e marcam-se a negro cheio os valores até 10% acima desse valor mínimo no conjunto de todas as versões (em coluna). Como exemplo, na coluna correspondente ao valor médio do desvio do custo (*gap*) da Tabela 5.5, estão marcados a negro cheio todos os valores até 22.5, visto o valor mínimo nas 24 versões ter sido 20.5, estando este último valor sublinhado.

Para uma melhor visualização dos resultados, são também disponibilizados os gráficos correspondentes aos critérios desvio do custo, desequilíbrio e diâmetro. Os gráficos

relativos às duas medidas de dispersão não são apresentados dado que o valor do coeficiente de correlação de Pearson entre o diâmetro e cada uma delas ser bastante elevado (sempre acima de 0.92). Por este motivo, quando se comparam versões de heurísticas, as medidas de dispersão não são tidas em consideração, assumindo-se que a informação que fornecem é semelhante àquela que se pode retirar do critério diâmetro.

Nas três próximas secções são apresentados os resultados computacionais para as heurísticas em duas fases e de melhor inserção. A comparação global das três heurísticas está disponível na Secção 5.5.5.

5.5.2 Teste da heurística em duas fases com CTH – TPH(CTH)

As 24 versões de TPH(CTH), resultantes de todas as combinações possíveis para os valores dos seus parâmetros, assim como as respectivas designações, podem ver-se na Tabela 5.4. Cada versão é codificada abreviadamente por $C\#\$\%&$, onde: i) $\#$ é 1 ou 2, consoante o parâmetro SSR (selecção de sementes) seja $MaxDist$ (distância máxima entre sementes) ou $EquiDist$ (sementes equidistantes ao depósito), respectivamente; ii) $\$$ é 1 ou 2, dependendo do parâmetro WE (estimativa de duração) ser CTE (estimativa do tempo de recolha) ou BIE (estimativa de melhor inserção), respectivamente; iii) $\%$ é 1 ou 2, para NSR (selecção do nodo interno) igual a MDC (circuito de procura mínima) ou CST (tarefa mais próxima da semente), respectivamente; e iv) $\&$ é 1, 2 ou 3, respectivamente para os valores EM (heurística Extended Merge), EPS (heurística Extended Path Scanning) e EU (heurística Extended Ulusoy) do parâmetro RH (heurística MCARP).

De seguida são apresentados, separadamente, os resultados dos testes efectuados com as instâncias *smval* e *slpr*.

TPH(CTH) – instâncias *smval*

Na Tabela 5.5 podem observar-se os valores médio e máximo por versão e por critério referentes a TPH(CTH), para as instâncias *smval*. Estes resultados encontram-se

Tabela 5.4: Combinações de parâmetros para TPH(CTH)

	Parâmetros				Versão
	SSR	WE	NSR	RH	
Combinações dos valores dos parâmetros	MaxDist	CTE	MDC	EM	C1111
				EPS	C1112
				EU	C1113
			CST	EM	C1121
				EPS	C1122
				EU	C1123
		BIE	MDC	EM	C1211
				EPS	C1212
				EU	C1213
			CST	EM	C1221
				EPS	C1222
				EU	C1223
	EquiDist	CTE	MDC	EM	C2111
				EPS	C2112
				EU	C2113
			CST	EM	C2121
				EPS	C2122
				EU	C2123
		BIE	MDC	EM	C2211
				EPS	C2212
				EU	C2213
			CST	EM	C2221
				EPS	C2222
				EU	C2223

representados na Figura 5.3 para os critérios desvio do custo da solução, desequilíbrio e diâmetro.

Tabela 5.5: Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – *smval*

	Média					Máximo				
	Gap %	Imbal	Diam	Dispersão		Gap %	Imbal	Diam	Dispersão	
				M_μ	M_σ				M_μ	M_σ
C1111	22.2	40.4	25.8	8.1	5.6	37.5	122.0	38.0	13.1	8.0
C1112	33.3	47.9	25.8	8.1	5.6	59.9	117.0	38.0	13.1	8.0
C1113	32.0	44.0	25.8	8.1	5.6	53.5	105.0	38.0	13.1	8.0
C1121	23.6	43.1	23.6	7.3	5.0	40.6	138.0	38.0	11.4	7.4
C1122	30.6	44.3	23.6	7.3	5.0	55.6	146.0	38.0	11.4	7.4
C1123	30.7	41.3	23.6	7.3	5.0	58.2	136.0	38.0	11.4	7.4
C1211	23.6	23.6	25.8	8.4	5.7	40.5	74.0	41.0	15.4	9.4
C1212	34.2	35.5	25.8	8.4	5.7	66.8	109.0	41.0	15.4	9.4
C1213	32.3	31.6	25.8	8.4	5.7	52.4	98.0	41.0	15.4	9.4
C1221	23.4	27.2	23.5	7.4	5.0	39.8	52.0	38.0	11.3	7.1
C1222	31.6	27.5	23.5	7.4	5.0	59.7	76.0	38.0	11.3	7.1
C1223	29.6	25.5	23.5	7.4	5.0	48.8	104.0	38.0	11.3	7.1
C2111	20.5	37.0	26.2	8.8	6.0	40.9	132.0	38.0	15.5	9.0
C2112	31.9	46.1	26.2	8.8	6.0	56.7	138.0	38.0	15.5	9.0
C2113	29.2	42.3	26.2	8.8	6.0	56.6	96.0	38.0	15.5	9.0
C2121	21.3	37.7	25.5	7.9	5.7	39.0	135.0	39.0	12.0	8.7
C2122	29.8	41.9	25.5	7.9	5.7	60.6	107.0	39.0	12.0	8.7
C2123	28.3	43.4	25.5	7.9	5.7	55.8	181.0	39.0	12.0	8.7
C2211	21.4	23.4	25.7	8.6	5.8	44.6	67.0	38.0	15.7	9.6
C2212	32.1	34.8	25.7	8.6	5.8	53.3	91.0	38.0	15.7	9.6
C2213	31.0	28.8	25.7	8.6	5.8	55.2	92.0	38.0	15.7	9.6
C2221	22.4	23.7	24.9	8.0	5.5	38.8	72.0	39.0	11.7	9.6
C2222	32.0	32.6	24.9	8.0	5.5	56.7	92.0	39.0	11.7	9.6
C2223	29.6	33.3	24.9	8.0	5.5	59.1	94.0	39.0	11.7	9.6

Sublinhado: valor mínimo para o critério, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Negro cheio: valores até 10% acima do valor mínimo, no conjunto de todas as versões (em coluna).

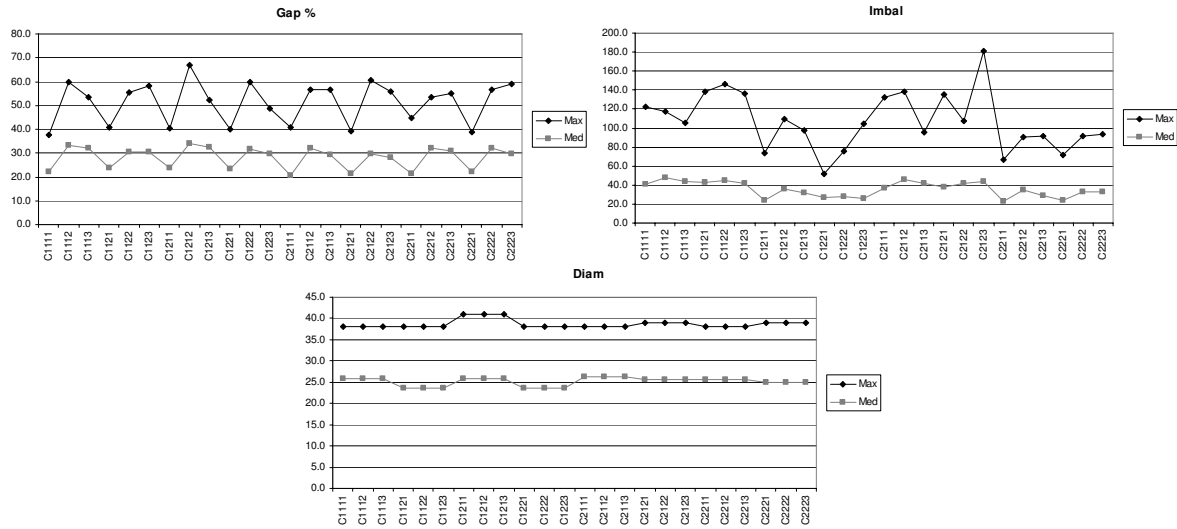


Figura 5.3: Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – *smval*

Observando a Tabela 5.5 e a Figura 5.3, verifica-se que os desvios do custo da solução são elevados: no conjunto das 24 versões, o menor desvio médio é de 20.5% e o menor desvio máximo de 37.5%. Na representação gráfica (Fig. 5.3) é visível que, quer do ponto de vista das médias quer dos máximos, a heurística de rotas EM ($RH=EM$, versões C#%1) é aquela com que se obtêm os melhores desvios do custo da solução.

Como se pode ver (Tab. 5.5 e Fig. 5.3), relativamente ao máximo, a versão C1221 apresenta grande concordância nos valores para os critérios, uma vez que todos estão a menos de 10% acima do valor mínimo. Quanto aos valores médios desta versão, o desvio e o desequilíbrio excedem respectivamente em 14% e 16% o valor mínimo correspondente.

Para a versão C2221 o valor médio está a menos de 10% do mínimo para todos os critérios. O mesmo se passa relativamente ao máximo, excepto para o desequilíbrio, que está a 38% do valor mínimo.

Sendo os valores relativos ao desequilíbrio mais baixos para C1221 do que para C2221, e mantendo-se idênticos os valores para os restantes, a versão C1221 parece então capaz de produzir melhores soluções.

É ainda de salientar que, entre C1221 e C2221, apenas se altera o parâmetro *SSR*

utilizado na selecção de sementes, o que constitui a diferença mínima possível entre duas versões. Assim, são comuns as opções BIE (estimativa de melhor inserção), CST (tarefa mais próxima da semente) e EM (heurística Extended Merge), respectivamente para os parâmetros *WE* (estimativa de duração), *NSR* (selecção do nodo interno) e *RH* (heurística MCARP). Quanto ao parâmetro *SSR* (selecção de sementes), C1221 e C2221 usam, respectivamente, MaxDist (distância máxima entre sementes) e EquiDist (sementes equidistantes ao depósito). Assim, para o conjunto de instâncias em estudo e considerando estas duas versões, em média e relativamente a MaxDist, EquiDist parece capaz de obter valores mais baixos para o desequilíbrio máximo.

A versão C1221 é a escolhida para fazer a comparação com as heurísticas TPH(STH) e BIH.

TPH(CTH) – instâncias *slpr*

A Tabela 5.6 e a Figura 5.4 contêm a informação respeitante aos valores médios e máximos para os vários critérios, usando TPH(CTH) para as instâncias *slpr*.

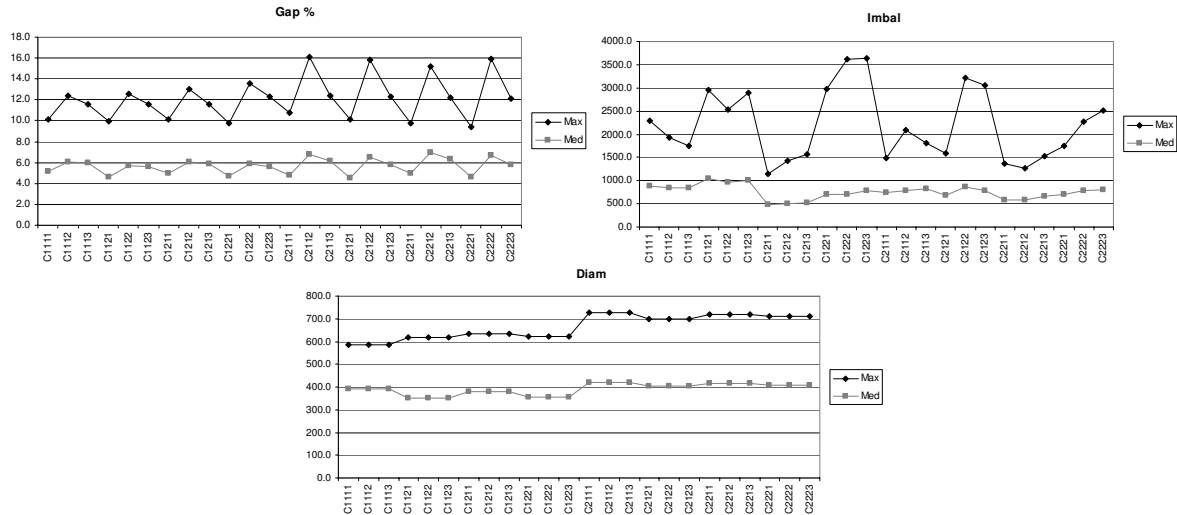


Figura 5.4: Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – *slpr*

Tal como se observou para as instâncias *smval*, agora para as instâncias *slpr* é também visível (Tab. 5.6 e Fig. 5.4) que a heurística de rotas EM produz melhores desvios do

Tabela 5.6: Média e máximo por critério e versão de TPH(CTH) – *slpr*

	Média					Máximo				
	Gap %	Imbal	Diam	Dispersão		Gap %	Imbal	Diam	Dispersão	
				M_μ	M_σ				M_μ	M_σ
C1111	5.2	887.1	391.5	91.0	57.2	10.1	2293.0	587.0	129.7	80.0
C1112	6.1	849.7	391.5	91.0	57.2	12.4	1938.0	587.0	129.7	80.0
C1113	6.0	836.9	391.5	91.0	57.2	11.5	1756.0	587.0	129.7	80.0
C1121	4.6	1054.9	351.1	77.4	49.0	10.0	2945.0	619.0	115.6	76.3
C1122	5.7	972.0	351.1	77.4	49.0	12.6	2540.0	619.0	115.6	76.3
C1123	5.6	1009.9	351.1	77.4	49.0	11.5	2888.0	619.0	115.6	76.3
C1211	5.0	481.3	381.7	91.4	56.6	10.1	1149.0	636.0	128.4	78.0
C1212	6.1	501.6	381.7	91.4	56.6	13.0	1426.0	636.0	128.4	78.0
C1213	5.9	522.2	381.7	91.4	56.6	11.6	1577.0	636.0	128.4	78.0
C1221	4.7	706.1	353.9	77.3	48.9	9.8	2978.0	624.0	116.0	75.1
C1222	5.8	700.9	353.9	77.3	48.9	13.6	3627.0	624.0	116.0	75.1
C1223	5.6	777.7	353.9	77.3	48.9	12.3	3640.0	624.0	116.0	75.1
C2111	4.8	750.9	419.5	119.3	76.0	10.7	1496.0	726.0	264.5	160.1
C2112	6.8	775.2	419.5	119.3	76.0	16.1	2098.0	726.0	264.5	160.1
C2113	6.1	826.0	419.5	119.3	76.0	12.4	1815.0	726.0	264.5	160.1
C2121	4.5	690.3	405.3	112.1	74.3	10.1	1579.0	698.0	252.2	161.2
C2122	6.5	856.9	405.3	112.1	74.3	15.9	3225.0	698.0	252.2	161.2
C2123	5.8	776.0	405.3	112.1	74.3	12.3	3063.0	698.0	252.2	161.2
C2211	5.0	579.5	418.1	118.2	75.7	9.8	1364.0	718.0	256.8	160.3
C2212	7.0	577.3	418.1	118.2	75.7	15.2	1257.0	718.0	256.8	160.3
C2213	6.3	657.6	418.1	118.2	75.7	12.2	1522.0	718.0	256.8	160.3
C2221	4.6	709.0	408.4	111.6	73.9	9.4	1755.0	712.0	253.7	161.0
C2222	6.7	781.1	408.4	111.6	73.9	15.9	2267.0	712.0	253.7	161.0
C2223	5.8	797.7	408.4	111.6	73.9	12.1	2504.0	712.0	253.7	161.0

Sublinhado: valor mínimo para o critério, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Negro cheio: valores até 10% acima do valor mínimo, no conjunto de todas as versões (em coluna).

custo da solução. Para as instâncias *slpr* os desvios do custo são substancialmente inferiores aos verificados para as instâncias *smval*, não excedendo agora os 15.9%.

Com base na mesma tabela e na mesma figura, constata-se que a versão C1211 produz valores médios a menos de 10% acima do valor mínimo para todos os critérios excepto para o desvio e para as medidas de dispersão. Quanto aos valores máximos, apenas uma das medidas de dispersão excede os 10% do mínimo, estando a apenas 11%. A versão C1221 apresenta valores semelhantes para alguns critérios, mas é claramente mais desfavorável quanto ao desequilíbrio, que excede bastante o mínimo (para a média e máximo). É de referir que estas duas versões diferem apenas no valor do parâmetro *NSR* para a selecção dos nodos.

Para comparações com as heurísticas TPH(STH) e BIH usa-se então a versão C1211, que corresponde aos valores MaxDist (distância máxima entre sementes), BIE (estimativa de melhor inserção), MDC (circuito de procura mínima) e EM (heurística Extended Merge), respectivamente para os parâmetros *SSR* (selecção de sementes), *WE* (estimativa de duração), *NSR* (selecção do nodo interno) e *RH* (heurística MCARP).

5.5.3 Teste da heurística em duas fases com STH – TPH(STH)

Na Tabela 5.7 encontram-se listadas as 24 versões possíveis da heurística TPH(STH), com respectiva combinação de valores dos parâmetros, onde, analogamente a TPH(CTH), os números estão relacionados com as versões.

Tabela 5.7: Combinações de parâmetros para TPH(STH)

	Parâmetros				Versão
	SSR	WE	DK	RH	
Combinações dos valores dos parâmetros	MaxDist	CTE	U-dist	EM	S1111
				EPS	S1112
				EU	S1113
			E-dist	EM	S1121
				EPS	S1122
				EU	S1123
		BIE	U-dist	EM	S1211
				EPS	S1212
				EU	S1213
			E-dist	EM	S1221
				EPS	S1222
				EU	S1223
	EquiDist	CTE	U-dist	EM	S2111
				EPS	S2112
				EU	S2113
			E-dist	EM	S2121
				EPS	S2122
				EU	S2123
		BIE	U-dist	EM	S2211
				EPS	S2212
				EU	S2213
			E-dist	EM	S2221
				EPS	S2222
				EU	S2223

Os resultados dos testes efectuados são apresentados de seguida, separadamente para os grupos de instâncias *smval* e *slpr*.

TPH(STH) – instâncias *smval*

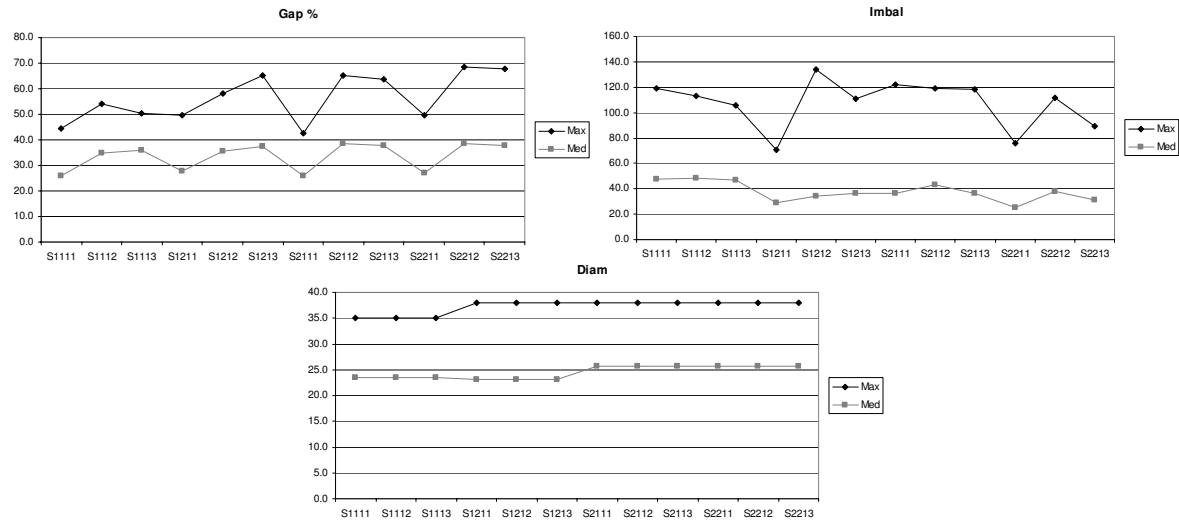
A Tabela 5.8 e a Figura 5.5, cujo conteúdo é definido no final da Secção 5.5.1, condensam os resultados obtidos com THP(STH) para as instâncias *smval*. Uma vez que para este conjunto de instâncias não estão disponíveis as coordenadas dos nodos, apenas podem ser consideradas as versões correspondentes ao valor U-dist para o parâmetro *DK* (distância para selecção da tarefa), sendo portanto testadas apenas 12 versões. Recorde-se que o outro valor para *DK*, E-dist, requer o cálculo de distâncias euclidianas, só possível se as coordenadas dos nodos forem conhecidas.

Tabela 5.8: Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – *smval*

	Média					Máximo				
	Gap %	Imbal	Diam	Dispersão		Gap %	Imbal	Diam	Dispersão	
				M_μ	M_σ				M_μ	M_σ
S1111	25.9	47.4	23.4	6.9	4.6	44.4	119.0	35.0	11.1	6.8
S1112	34.9	48.7	23.4	6.9	4.6	54.0	113.0	35.0	11.1	6.8
S1113	35.8	46.6	23.4	6.9	4.6	50.5	106.0	35.0	11.1	6.8
S1211	27.8	28.8	23.1	6.9	4.6	49.7	71.0	38.0	11.1	6.8
S1212	35.6	34.6	23.1	6.9	4.6	58.2	134.0	38.0	11.1	6.8
S1213	37.5	36.5	23.1	6.9	4.6	65.0	111.0	38.0	11.1	6.8
S2111	25.8	36.6	25.8	7.6	5.4	42.6	122.0	38.0	11.7	9.1
S2112	38.4	43.4	25.8	7.6	5.4	65.1	119.0	38.0	11.7	9.1
S2113	37.7	36.1	25.8	7.6	5.4	63.8	118.0	38.0	11.7	9.1
S2211	26.9	25.4	25.8	7.5	5.3	49.5	76.0	38.0	11.7	9.1
S2212	38.3	38.0	25.8	7.5	5.3	68.4	112.0	38.0	11.7	9.1
S2213	37.8	31.5	25.8	7.5	5.3	68.0	89.0	38.0	11.7	9.1

Sublinhado: valor mínimo para o critério, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Negro cheio: valores até 10% acima do valor mínimo, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Figura 5.5: Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – *smval*

Da observação da Tabela 5.8 e da Figura 5.5, e tal como sucedeu para TPH(CTH), os desvios dos custos das soluções são bastante elevados. O menor desvio médio é de 25.8% e o menor desvio máximo de 42.6%. Ainda em relação ao desvio do custo das soluções, na representação gráfica é evidente a qualidade dos valores produzidos pela heurística de rotas EM (versões S#%1), face às alternativas EPS e EU, tal como se verificou para as heurísticas e grupos de instâncias anteriormente analisados.

De entre todas as versões destacam-se S1211 e S2211 como sendo aquelas para as quais se obtêm os melhores valores. Para S1211, todos os valores para os critérios situam-se até 10% acima do respectivo mínimo, excepto a média do desequilíbrio, que está a 13% do valor mínimo, e o máximo do desvio do custo da solução, que se encontra a 17% do valor mínimo.

Quanto à versão S2211, a média do diâmetro está a 12% do valor mínimo e o máximo do desvio do custo situa-se a 16% do valor mínimo. Os valores para os restantes critérios excedem o valor mínimo em menos de 10%.

Havendo grande semelhança entre as versões S1211 e S2211, pode dar-se preferência à versão que favorece o desequilíbrio. Sendo assim, é então S2211 a escolhida para fazer a comparação entre as heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH. Salienta-se ainda que S1211 e S2211 diferem apenas quanto ao parâmetro *SSR*, usado na selecção e sementes, pois para os restantes parâmetros, *WE* (estimativa de duração), *DK* (distância para selecção da tarefa) e *RH* (heurística MCARP), usam os mesmos valores: BIE (estimativa de melhor inserção), U-dist (distância *U*) e EM (heurística Extended Merge), respectivamente.

TPH(STH) – instâncias *slpr*

Os valores médio e máximo por versão e por critério referentes a TPH(STH) para as instâncias *slpr* constam na Tabela 5.9 e estão representados na Figura 5.6.

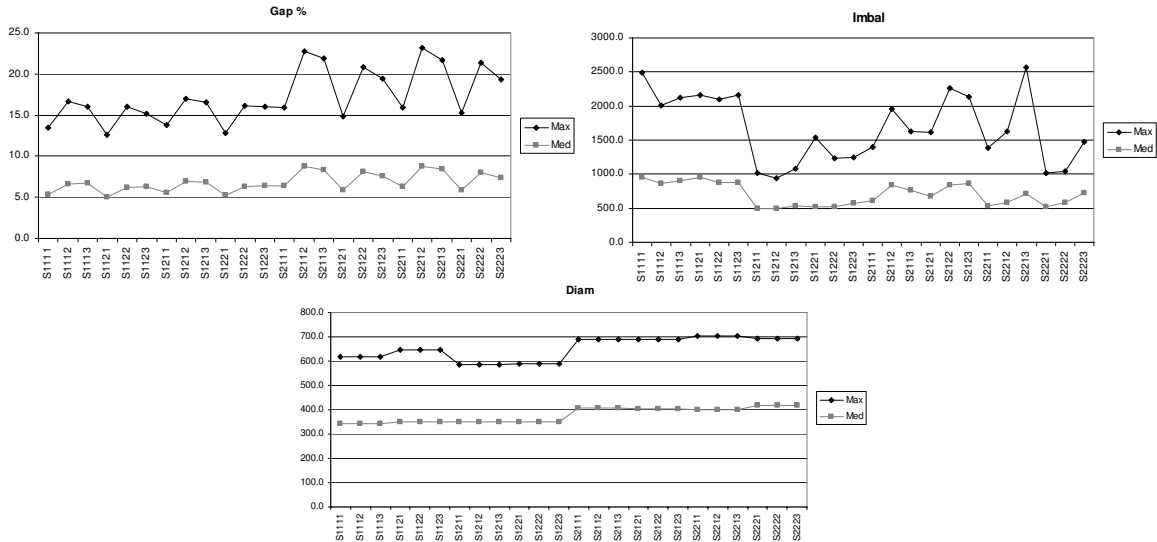
Tal como sucede para outras heurísticas e para outras instâncias, da representação gráfica dos desvios dos custos das soluções (Fig. 5.6) conclui-se que a heurística de

Tabela 5.9: Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – *slpr*

	Média					Máximo				
	Gap %	Imbal	Diam	Dispersão		Gap %	Imbal	Diam	Dispersão	
				M_μ	M_σ				M_μ	M_σ
S1111	5.4	950.1	344.5	72.8	45.1	13.4	2493.0	619.0	106.2	71.8
S1112	6.7	863.5	344.5	72.8	45.1	16.7	2005.0	619.0	106.2	71.8
S1113	6.7	907.5	344.5	72.8	45.1	16.0	2119.0	619.0	106.2	71.8
S1121	5.1	948.1	348.7	74.6	46.0	12.6	2167.0	647.0	113.7	74.0
S1122	6.2	877.9	348.7	74.6	46.0	16.0	2098.0	647.0	113.7	74.0
S1123	6.3	873.5	348.7	74.6	46.0	15.2	2163.0	647.0	113.7	74.0
S1211	5.5	491.0	349.8	72.7	44.6	13.7	1013.0	584.0	106.3	71.0
S1212	6.9	492.3	349.8	72.7	44.6	17.0	941.0	584.0	106.3	71.0
S1213	6.8	536.9	349.8	72.7	44.6	16.6	1078.0	584.0	106.3	71.0
S1221	5.2	523.1	349.7	74.5	45.7	12.8	1535.0	589.0	115.2	74.5
S1222	6.3	519.1	349.7	74.5	45.7	16.1	1231.0	589.0	115.2	74.5
S1223	6.4	573.1	349.7	74.5	45.7	16.1	1242.0	589.0	115.2	74.5
S2111	6.4	612.7	406.6	105.7	71.9	15.9	1402.0	688.0	244.2	159.8
S2112	8.8	841.7	406.6	105.7	71.9	22.7	1955.0	688.0	244.2	159.8
S2113	8.4	763.2	406.6	105.7	71.9	21.9	1631.0	688.0	244.2	159.8
S2121	5.8	675.4	402.9	108.4	72.8	14.8	1614.0	690.0	249.8	159.6
S2122	8.1	841.0	402.9	108.4	72.8	20.8	2268.0	690.0	249.8	159.6
S2123	7.6	868.9	402.9	108.4	72.8	19.4	2135.0	690.0	249.8	159.6
S2211	6.3	531.8	401.3	105.4	71.6	16.0	1387.0	702.0	243.9	160.2
S2212	8.7	580.0	401.3	105.4	71.6	23.2	1627.0	702.0	243.9	160.2
S2213	8.4	715.9	401.3	105.4	71.6	21.7	2566.0	702.0	243.9	160.2
S2221	5.9	517.9	416.6	108.4	72.5	15.3	1017.0	692.0	249.7	159.1
S2222	8.0	588.4	416.6	108.4	72.5	21.3	1047.0	692.0	249.7	159.1
S2223	7.4	719.4	416.6	108.4	72.5	19.3	1473.0	692.0	249.7	159.1

Sublinhado: valor mínimo para o critério, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Negro cheio: valores até 10% acima do valor mínimo, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Figura 5.6: Média e máximo por critério e versão de TPH(STH) – *slpr*

rotas EM produz os melhores desvios (versões S#S%1). Estes desvios nunca excedem os 16%.

A versão S1211 é a única para a qual os valores médios e máximos dos critérios estão todos a menos de 10% acima do valor mínimo correspondente. Esta versão consiste em escolher os valores MaxDist (distância máxima entre sementes), BIE (estimativa de melhor inserção), E-dist (distância euclidiana) e EM (heurística Extended Merge) respectivamente para os parâmetros *SSR* (selecção de sementes), *WE* (estimativa de duração), *DK* (distância para selecção da tarefa) e *RH* (heurística MCARP). A versão S1211 é então a escolhida para fazer a comparação entre as heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH.

5.5.4 Teste da heurística de melhor inserção – BIH

A heurística BIH tem quatro versões possíveis, listadas na Tabela 5.10, resultantes de fazer variar o valor que cada um dos seus dois parâmetros pode assumir.

Tabela 5.10: Combinações de parâmetros para BIH

Combinações dos valores dos parâmetros	Parâmetros		Versão
	SSR	DK	
	MaxDist	U-dist E-dist	B11 B12
	EquiDist	U-dist E-dist	B21 B22

BIH – instâncias *smval*

Só sendo possível utilizar a distância U-dist nestas instâncias, as versões a testar são apenas B11 e B21 da Tabela 5.10. Os valores médio e máximo por versão e por critério com BIH para as instâncias *smval* constam na Tabela 5.11 e encontram-se representados na Figura 5.7.

Da análise dos valores dos vários critérios (Tab. 5.11 e Fig. 5.7), é de salientar o elevado valor registado para o desvio do custo das soluções, chegando a atingir os 72.1%, contrastando com o reduzido desequilíbrio, que nunca excede o valor 67.

Tabela 5.11: Média e máximo por critério e versão de BIH – *smval*

	Média					Máximo				
	Gap %	Imbal	Diam	Dispersão		Gap %	Imbal	Diam	Dispersão	
				M_μ	M_σ				M_μ	M_σ
B11	<u>40.1</u>	<u>17.5</u>	<u>22.9</u>	<u>6.4</u>	<u>4.6</u>	<u>68.6</u>	<u>65.0</u>	<u>38.0</u>	<u>10.5</u>	<u>6.8</u>
B21	35.6	13.3	26.2	7.2	5.3	72.1	67.0	38.0	11.7	9.1

Sublinhado: valor mínimo para o critério, no conjunto de todas as versões (em coluna).
Negro cheio: valores até 10% acima do valor mínimo, no conjunto de todas as versões (em coluna).

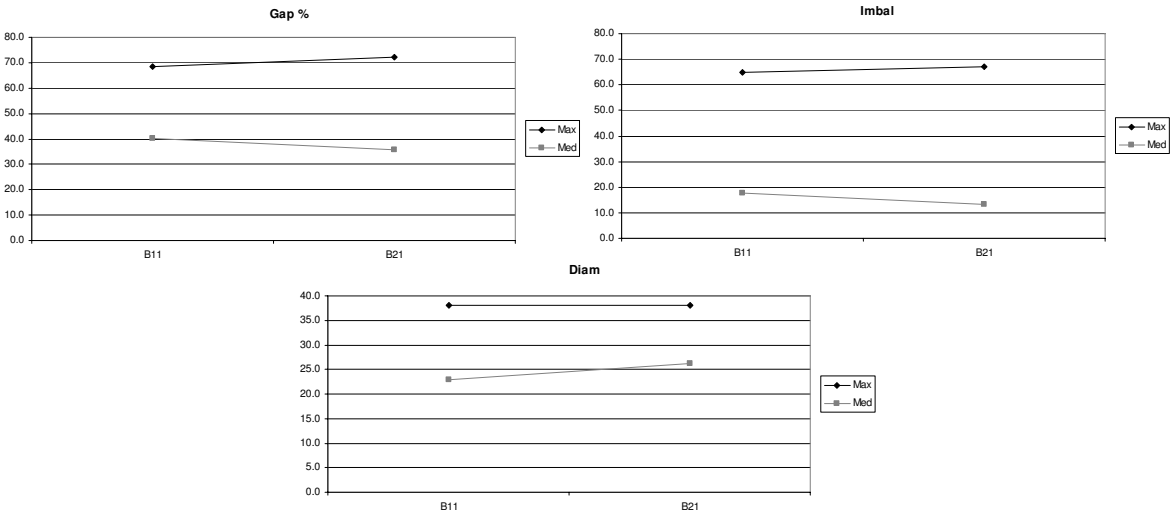


Figura 5.7: Média e máximo por critério e versão de BIH – *smval*

A versão B11 é onde, quer para a média quer para o máximo, todos os critérios originam valores a menos de 10% acima do valor mínimo registado. B11 é então a versão usada para comparações entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH. Esta versão corresponde a usar as opções MaxDist (distância máxima entre sementes) e U-dist (distância U), respectivamente para os parâmetros SSR (selecção de sementes) e DK (distância para selecção da tarefa).

BIH – instâncias *slpr*

A informação respeitante aos valores médios e máximos para os vários critérios usando TPH(CTH) para as instâncias *slpr* encontra-se na Tabela 5.12 e foi representada na Figura 5.8.

Tabela 5.12: Média e máximo por critério e versão de BIH – *slpr*

	Média					Máximo				
	Gap %	Imbal	Diam	Dispersão		Gap %	Imbal	Diam	Dispersão	
				M_μ	M_σ				M_μ	M_σ
B11	6.6	331.8	349.8	72.7	44.6	15.3	730.0	584.0	106.3	71.0
B12	6.2	362.4	349.7	74.5	45.7	14.7	879.0	589.0	115.2	74.5
B21	8.1	296.7	401.3	105.4	71.6	18.9	616.0	702.0	243.9	160.2
B22	7.1	281.5	416.6	108.4	72.5	17.5	636.0	692.0	249.7	159.1

Sublinhado: valor mínimo para o critério, no conjunto de todas as versões (em coluna).

Negro cheio: valores até 10% acima do valor mínimo, no conjunto de todas as versões (em coluna).

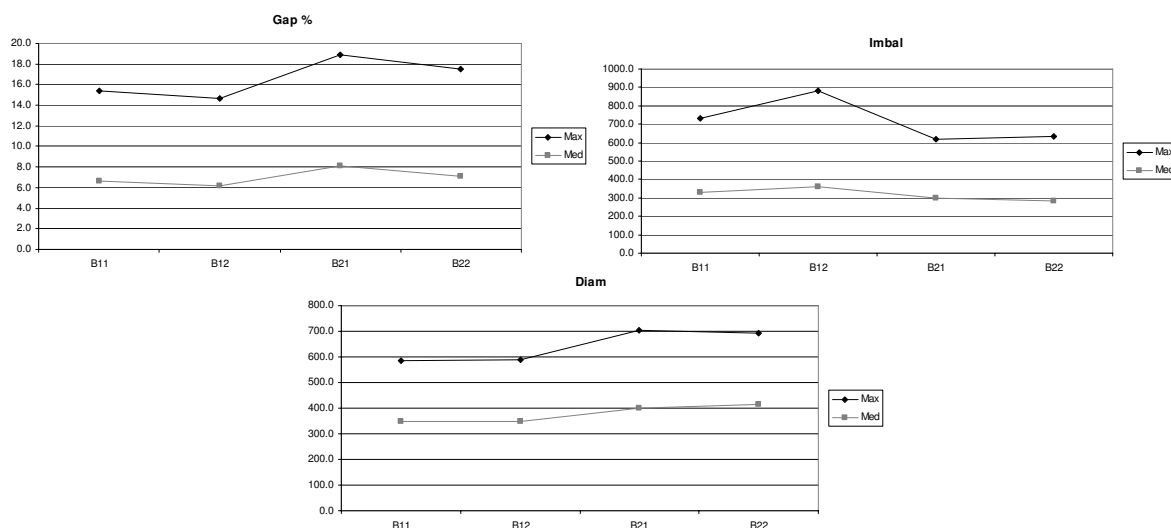


Figura 5.8: Média e máximo por critério e versão de BIH – *slpr*

Da análise dos resultados obtidos (Tab. 5.12 e Fig. 5.8), conclui-se que, para as instân-

cias *slpr*, o desvio do custo das soluções nunca excede os 18.9%.

As versões B11 e B12 são as que apresentam os melhores valores para o maior número de critérios. Estas têm em comum o valor MaxDist (distância máxima entre sementes) para o parâmetro *SSR* (selecção de sementes), diferindo apenas quanto ao parâmetro *DK* (distância para selecção da tarefa), tomando os valores U-dist (distância *U*) e E-dist (distância euclidiana), respectivamente. Para ambas as versões, o desequilíbrio é o único critério para o qual a média e o máximo se situam a mais de 10% acima do valor mínimo correspondente. A escolha para comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH recai então sobre B11, por corresponder a menores valores para o desequilíbrio.

5.5.5 Comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH

As heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH são comparadas separadamente para instâncias *smval*, *slpr* e *slpr-01*, com o auxílio de tabelas e figuras, como se descreve a seguir. No final desta secção é apresentado um resumo das principais conclusões extraídas das comparações realizadas.

Os custos totais das soluções (colunas Custo), os respectivos desvios em percentagem (colunas Gap %) e os tempos de execução em segundos (colunas tempo) para cada instância são mostrados na mesma tabela, agrupados por heurística (TPH(CTH), TPH(STH) e BIH). A média, o melhor e o pior valor para os desvios e tempos encontram-se no final da tabela. Ainda na mesma tabela, na coluna LB figuram os limites inferiores.

Numa outra tabela apresentam-se os resultados detalhados por instância, respectivamente para TPH(CTH) (colunas CTH), TPH(STH) (colunas STH) e BIH (colunas BIH), relativamente ao desequilíbrio, diâmetro e medidas de dispersão, com as respectivas média, melhor e pior valor no final.

Nestas tabelas, e para cada instância, os valores marcados a negro cheio representam o menor valor entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH.

Referem-se ainda, numa terceira tabela, para os valores médios e máximo de cada critério, a diferença percentual entre TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH). Na última linha – Melhor(\times) – consta ainda, para cada um dos critérios, o número de vezes em que o valor obtido com TPH(STH) ou BIH é melhor que o resultante de TPH(CTH), no conjunto das instâncias em estudo.

Para auxiliar na análise de resultados, são também incluídas as representações gráficas, separadamente para o custo, desequilíbrio e diâmetro, onde é possível visualizar a relação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH quanto a estes critérios.

Comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – instâncias *smval*

Relativamente às instâncias *smval*, foram usadas as combinações C1221, S2211 e B11 para comparar as heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH, como justificado nas Secções 5.5.2, 5.5.3 e 5.5.4.

Os custos totais das soluções, os desvios e os tempos de execução são mostrados na Tabela 5.13 para cada instância. A Tabela 5.14 apresenta os resultados, detalhados por instância, para TPH(CTH), TPH(STH) e BIH, respeitantes ao desequilíbrio, diâmetro e medidas de dispersão. Na Tabela 5.15 podem ver-se as diferenças percentuais de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH), para os valores médio e máximo de cada critério, assim como, para cada critério, o número de vezes em que TPH(STH) ou BIH originou valores inferiores aos produzidos por TPH(CTH), de entre as 34 instâncias em análise.

Na Figura 5.9 é visível, para cada instância, a relação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH quanto ao custo, ao desequilíbrio e ao diâmetro.

Da Tabela 5.13 observa-se que, para as instâncias *smval*, TPH(CTH) produziu as soluções de menor custo, em média, no melhor e no pior caso. Os tempos de execução algorítmica são muito pequenos, sem diferenças significativas entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH.

Ainda com o auxílio da Tabela 5.15, podem referir-se os resultados descritos a seguir.

Tabela 5.13: Custos, desvios e tempos para as heurísticas – *smval*

Instância	LB	TPH(CTH)			TPH(STH)			BIH		
		Custo	Gap %	tempo	Custo	Gap %	tempo	Custo	Gap %	tempo
smval1a	230	273	18.7	0.02	263	14.3	0.00	270	17.4	0.02
smval1b	261	300	14.9	0.00	309	18.4	0.00	318	21.8	0.00
smval1c	309	393	27.2	0.00	448	45.0	0.02	493	59.5	0.00
smval2a	324	409	26.2	0.02	412	27.2	0.02	430	32.7	0.02
smval2b	395	456	15.4	0.02	513	29.9	0.00	499	26.3	0.00
smval2c	521	686	31.7	0.02	680	30.5	0.00	867	66.4	0.00
smval3a	115	138	20.0	0.02	146	27.0	0.00	137	19.1	0.02
smval3b	142	174	22.5	0.04	165	16.2	0.00	185	30.3	0.02
smval3c	166	197	18.7	0.02	201	21.1	0.02	223	34.3	0.02
smval4a	580	691	19.1	0.02	700	20.7	0.02	808	39.3	0.00
smval4b	650	804	23.7	0.02	803	23.5	0.02	913	40.5	0.00
smval4c	630	881	39.8	0.02	895	42.1	0.02	992	57.5	0.00
smval4d	746	1024	37.3	0.02	1115	49.5	0.02	1258	68.6	0.02
smval5a	597	803	34.5	0.02	731	22.4	0.00	874	46.4	0.02
smval5b	613	769	25.4	0.02	795	29.7	0.02	864	40.9	0.00
smval5c	697	784	12.5	0.02	842	20.8	0.01	1013	45.3	0.01
smval5d	719	949	32.0	0.00	968	34.6	0.00	1178	63.8	0.00
smval6a	326	388	19.0	0.04	402	23.3	0.02	422	29.4	0.02
smval6b	317	375	18.3	0.56	379	19.6	0.30	411	29.7	0.30
smval6c	365	471	29.0	0.00	428	17.3	0.00	477	30.7	0.00
smval7a	364	420	15.4	0.00	444	22.0	0.00	514	41.2	0.00
smval7b	412	515	25.0	0.00	545	32.3	0.00	662	60.7	0.00
smval7c	424	537	26.7	0.00	562	32.5	0.00	557	31.4	0.00
smval8a	581	688	18.4	0.00	714	22.9	0.00	792	36.3	0.00
smval8b	531	704	32.6	0.00	736	38.6	0.00	788	48.4	0.00
smval8c	617	819	32.7	0.00	817	32.4	0.00	944	53.0	0.00
smval9a	458	528	15.3	0.00	583	27.3	0.00	626	36.7	0.00
smval9b	453	557	23.0	0.00	603	33.1	0.00	637	40.6	0.00
smval9c	428	525	22.7	0.00	556	29.9	0.00	601	40.4	0.00
smval9d	514	649	26.3	0.00	644	25.3	0.00	796	54.9	0.00
smval10a	634	727	14.7	0.00	767	21.0	0.00	863	36.1	0.00
smval10b	661	825	24.8	0.00	793	20.0	0.00	858	29.8	0.00
smval10c	623	709	13.8	0.00	751	20.5	0.00	829	33.1	0.00
smval10d	643	767	19.3	0.00	798	24.1	0.00	954	48.4	0.00
Média			23.4	0.02		26.9	0.01		40.9	0.01
Mínimo			12.5	0.00		14.3	0.00		17.4	0.00
Máximo			39.8	0.04		49.5	0.02		68.6	0.02

Colunas de tempos: em segundos.

Negro cheio: menor valor, quando se comparam TPH(CTH), TPH(STH) e BIH para a mesma instância.

Tabela 5.14: Desequilíbrio, diâmetro e dispersão para as heurísticas – *smval*

Instância	Desequilíbrio			Diâmetro			Medidas de dispersão					
							M_μ			M_σ		
	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH
smval1a	11	15	6	18	20	19	5.7	7.3	5.8	3.9	5.2	4.0
smval1b	17	9	16	18	15	14	6.7	6.2	6.3	5.0	4.4	4.6
smval1c	38	41	9	19	19	20	4.3	2.4	3.0	4.1	2.8	3.6
smval2a	35	20	16	27	34	29	9.2	10.4	8.9	7.1	9.1	6.8
smval2b	7	76	16	22	31	25	8.7	7.1	7.9	5.7	6.2	5.6
smval2c	41	20	42	38	36	30	7.3	7.0	5.3	6.8	6.4	5.0
smval3a	6	4	3	10	12	10	3.8	4.6	3.5	2.6	2.9	2.1
smval3b	16	5	11	10	18	18	3.9	5.7	3.8	2.2	3.1	2.2
smval3c	14	10	4	8	12	8	2.9	3.2	2.9	2.3	2.6	2.2
smval4a	29	26	20	30	38	26	9.2	11.7	8.8	6.4	6.9	5.7
smval4b	48	41	19	28	38	24	9.1	10.5	8.4	6.0	7.7	5.5
smval4c	41	62	30	35	29	29	8.2	7.3	6.5	5.8	4.6	4.4
smval4d	44	54	65	33	32	32	8.2	6.7	7.1	6.1	5.4	5.5
smval5a	23	25	2	38	32	38	10.9	11.3	10.5	6.9	7.4	6.4
smval5b	37	20	4	22	27	22	7.0	5.9	6.9	5.1	5.2	5.0
smval5c	17	16	9	31	29	31	9.9	10.6	9.1	6.4	6.6	5.9
smval5d	43	17	3	29	30	27	5.3	5.3	4.5	4.9	5.6	4.1
smval6a	14	24	0	24	26	28	8.8	9.0	9.1	5.7	5.8	5.9
smval6b	30	17	2	22	19	20	7.1	6.5	6.4	5.1	4.5	4.6
smval6c	41	42	7	18	20	13	5.3	4.6	4.9	4.1	4.0	3.6
smval7a	18	4	10	23	28	23	11.1	10.9	10.9	6.7	8.0	6.6
smval7b	22	28	6	30	28	28	10.5	9.7	10.2	7.1	7.3	6.6
smval7c	31	24	11	21	27	16	6.0	7.8	5.4	4.6	6.6	3.9
smval8a	44	62	0	27	33	27	7.9	7.2	7.8	4.8	5.9	4.6
smval8b	18	62	11	25	30	27	7.0	5.4	6.9	4.6	4.8	4.6
smval8c	52	23	10	28	25	27	7.7	4.8	6.5	6.6	4.3	5.7
smval9a	34	9	4	22	29	22	11.3	11.4	11.1	5.4	5.9	5.2
smval9b	1	25	14	19	27	17	5.5	7.7	5.4	3.6	5.8	3.4
smval9c	19	20	9	19	28	19	6.6	7.4	6.4	3.9	5.4	3.8
smval9d	51	25	10	15	19	13	5.5	6.2	5.3	3.3	3.9	3.0
smval10a	29	5	5	25	23	27	8.1	10.4	7.7	4.7	5.2	4.4
smval10b	18	11	6	26	23	30	8.0	7.7	7.7	4.8	4.0	4.5
smval10c	7	13	19	20	21	23	7.8	7.8	7.6	4.1	4.1	4.0
smval10d	30	8	18	20	18	25	6.9	8.1	6.7	4.0	3.8	3.9
Média	27.2	25.4	12.3	23.5	25.8	23.1	7.4	7.5	6.9	5.0	5.3	4.6
Mínimo	1.0	4.0	0.0	8.0	12.0	8.0	2.9	2.4	2.9	2.2	2.6	2.1
Máximo	52.0	76.0	65.0	38.0	38.0	38.0	11.3	11.7	11.1	7.1	9.1	6.8

Negro cheio: menor valor, quando se comparam TPH(CTH), TPH(STH) e BIH para a mesma instância.

Tabela 5.15: Diferença de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH) – *smval*

	Custo		Desequilíbrio		Diâmetro		M_μ		M_σ	
	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH
Média	3%	16%	-7%	-55%	10%	-2%	2%	-6%	6%	-8%
Máximo	9%	23%	46%	25%	0%	0%	4%	-2%	28%	-4%
Melhor (×)	9	2	20	29	12	14	15	31	10	30

Linha Melhor (×): para cada critério, número de vezes em que TPH(STH) ou BIH foi melhor que TPH(CTH), no conjunto das 34 instâncias.

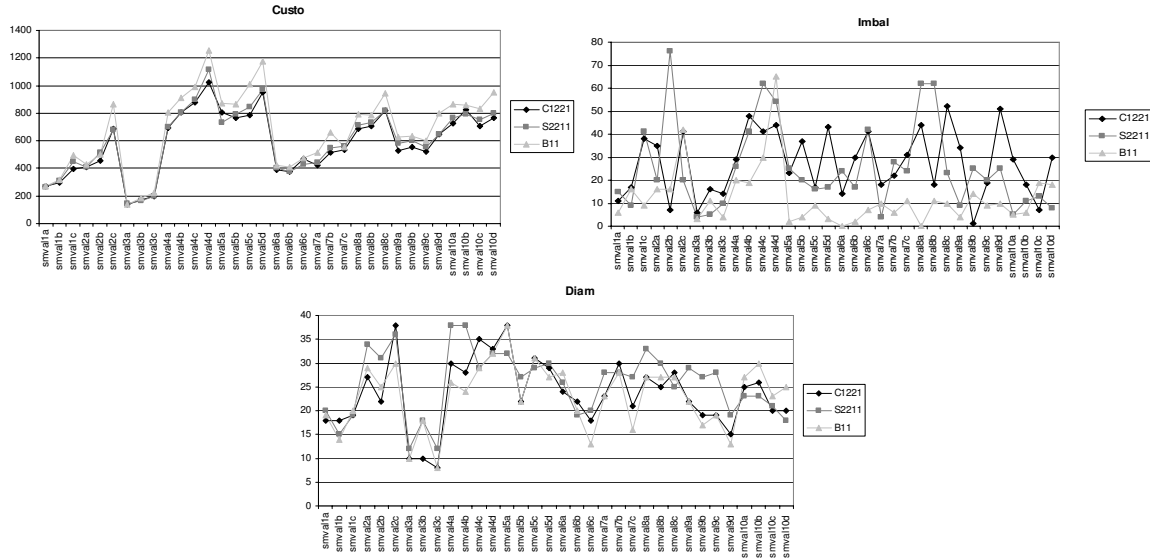


Figura 5.9: Critérios por instância com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – *smval*

Usando TPH(CTH), os desvios dos valores das soluções relativamente aos limites inferiores são em média de 23.4%, sendo de 39.8% no pior caso. Com TPH(STH) foram obtidos desvios ligeiramente superiores: 26.9% em média e 49.5% no pior caso. Os piores valores das soluções foram obtidos com BIH, registando-se um desvio médio de 40.9% e de 68.6% no pior caso. Os métodos em duas fases, quer com TPH(CTH) quer com TPH(STH), produziram quase sempre soluções de custo inferior ao obtido com BIH, sendo *smval3a* a única exceção. De entre as 34 instâncias, TPH(STH) e BIH só produziram soluções de menor custo do que as obtidas com TPH(CTH) para nove e duas das instâncias, respectivamente (Tab. 5.15).

Com base na informação constante nas Tabelas. 5.14 e 5.15, analisam-se agora as heurísticas TPH(STH) e BIH face a TPH(CTH), relativamente aos restantes critérios de avaliação de partições. Começando por comparar as heurísticas em duas fases, TPH(CTH) apresenta pior desequilíbrio médio mas revela-se melhor no pior caso: usando STH na fase 1, a média diminui 7%, enquanto que o valor máximo aumenta 46%. É ainda de referir que TPH(STH) originou soluções mais equilibradas do que TPH(CTH) para 20 das 34 instâncias. Quanto ao diâmetro, TPH com STH apresenta algumas desvantagens em média (aumenta 10%), sendo o diâmetro máximo igual para

as duas heurísticas. TPH(STH) é também desfavorável para as medidas de dispersão, dado que, embora registre alguns valores semelhantes aos de TPH(CTH), tem um aumento de 28% para o valor máximo de M_σ . Considerando o diâmetro e medidas de dispersão, TPH(STH) apenas foi melhor do que THP(CTH) em menos de metade da totalidade das instâncias.

Em suma, para as instâncias *smval*, a heurística CTH na fase 1 de TPH, comparativamente a STH, parece gerar as soluções de melhor qualidade. Por um lado, TPH(CTH) proporcionou melhores valores para os desvios, diâmetro e medidas de dispersão, parecendo capaz de produzir soluções de menor custo total, com sectores mais compactos e mais contíguos. Além disso, TPH(CTH) aparenta dar origem a sectores de duração mais equilibrada.

Comparando BIH com TPH(CTH), a sua vantagem é ter produzido um desequilíbrio médio bastante inferior (-55%) e diâmetro e medidas de dispersão, em média, ligeiramente menores (até -8%). Além disso, relativamente aos critérios acabados de referir, BIH produziu melhores valores do que TPH(CTH) para a quase totalidade das instâncias (29 ou mais, em 34). No entanto, o desequilíbrio máximo aumenta 25% e o custo é substancialmente superior, chegando a um aumento médio de 16% e máximo de 23%. Perante estas observações, TPH(CTH) parece produzir soluções de melhor qualidade, embora não seja de ignorar a capacidade de BIH para produzir, em termos médios, sectores bastante mais equilibrados.

De acordo com a comparação dos resultados obtidos com as três heurísticas usando as instâncias *smval*, pode dizer-se que TPH(CTH) parece produzir, em geral, melhores soluções do que TPH(STH) para todos os critérios. O mesmo não se pode dizer de TPH(CTH) relativamente a BIH, já que existem diferentes critérios a favorecer cada uma destas heurísticas e outros ainda para os quais não foi possível identificar uma vantagem clara de uma heurística em relação à outra.

Comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – instâncias *slpr*

Para as instâncias *slpr*, a comparação entre as heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH foi feita com as versões C1211, S1211 e B11 (vd. Secs. 5.5.2, 5.5.3 e 5.5.4). Em resultado do que foi referido na Secção 5.3.1 sobre as relações entre TPH(STH) e BIH, as versões S1211 e B11 destas heurísticas produzem a mesma partição, pelo que os valores do diâmetro e das medidas de dispersão apresentados abaixo são iguais para estas duas heurísticas. Apenas o custo e o desequilíbrio podem ser diferentes, caso as viagens obtidas sejam distintas.

Na Tabela 5.16, por instância e por heurística (TPH(CTH), TPH(STH) e BIH), constam os custos totais das soluções, os respectivos desvios e os tempos de execução, e na Tabela 5.17 estão os resultados detalhados dos restantes critérios: desequilíbrio, diâmetro e medidas de dispersão. No final, em ambas as tabelas, figuram ainda a média, o melhor e o pior valor de cada coluna considerada. Mais uma vez, os valores a negro cheio identificam, para cada instância, o menor valor entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH. A diferença percentual entre TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH), para os valores máximo e médio de cada critério, podem ver-se na Tabela 5.18.

Na Figura 5.10 estão representados, para cada instância, os valores do custo, desequilíbrio e diâmetro obtidos com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH.

Usando as instâncias *slpr*, em média, no melhor e no pior caso, TPH(CTH) produziu as soluções de menor custo (Tab. 5.16). Os tempos de execução, semelhantes para todas as heurísticas, são muito reduzidos. Com TPH(CTH), os desvios dos custos das soluções aos limites inferiores são em média de 5%, sendo de 10.1% no pior caso. Com TPH(STH) foram obtidos desvios ligeiramente superiores: 5.5% em média e 13.7% no pior caso. As soluções de maior custo foram produzidas por BIH, registando-se desvios de 6.6% e 15.3%, respectivamente para a média e para o pior caso. TPH(STH) só produziu soluções de menor custo que TPH(CTH) para quatro das 15 instâncias *slpr*. Os métodos em duas fases, TPH(CTH) e TPH(STH), produziram sempre soluções de custo inferior ao das soluções obtidos com BIH.

Tabela 5.16: Custos, desvios e tempos para as heurísticas – *slpr*

Instância	LB	TPH(CTH)			TPH(STH)			BIH		
		Custo	Gap %	tempo	Custo	Gap %	tempo	Custo	Gap %	tempo
slpr-a-01	13484	13669	1.4	0.02	13761	2.1	0.00	13745	1.9	0.00
slpr-a-02	28052	28965	3.3	0.00	29249	4.3	0.00	29743	6.0	0.00
slpr-a-03	76115	78636	3.3	0.05	78511	3.1	0.02	80078	5.2	0.02
slpr-a-04	126946	135176	6.5	0.07	135635	6.8	0.02	137331	8.2	0.02
slpr-a-05	202735	221946	9.5	0.11	222398	9.7	0.02	224716	10.8	0.03
slpr-b-01	14835	15186	2.4	0.02	15320	3.3	0.00	15207	2.5	0.00
slpr-b-02	28654	29624	3.4	0.02	29744	3.8	0.00	30241	5.5	0.02
slpr-b-03	77859	83042	6.7	0.03	83449	7.2	0.02	84097	8.0	0.02
slpr-b-04	126932	137591	8.4	0.07	139234	9.7	0.04	140741	10.9	0.02
slpr-b-05	209840	231073	10.1	0.11	238692	13.7	0.03	242047	15.3	0.03
slpr-c-01	18639	18980	1.8	0.02	19025	2.1	0.00	19014	2.0	0.00
slpr-c-02	36339	37173	2.3	0.02	37131	2.2	0.02	37458	3.1	0.02
slpr-c-03	111117	116745	5.1	0.07	116560	4.9	0.02	118021	6.2	0.00
slpr-c-04	168441	177031	5.1	0.09	175943	4.5	0.04	178225	5.8	0.02
slpr-c-05	257890	272110	5.5	0.16	272530	5.7	0.05	276827	7.3	0.03
Média			5.0	0.06		5.5	0.02		6.6	0.02
Mínimo			1.4	0.00		2.1	0.00		1.9	0.00
Máximo			10.1	0.16		13.7	0.05		15.3	0.03

Colunas de tempos: em segundos.

Negro cheio: menor valor, quando se comparam TPH(CTH), TPH(STH) e BIH para a mesma instância.

Tabela 5.17: Desequilíbrio, diâmetro e dispersão para as heurísticas – *slpr*

Instância	Desequilíbrio			Diâmetro			Medidas de dispersão					
	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH	M_μ			M_σ		
slpr-a-01	47	179	145	144	131	131	56.2	43.4	43.4	30.8	23.0	23.0
slpr-a-02	155	285	97	253	265	265	106.5	82.1	82.1	62.6	41.1	41.1
slpr-a-03	328	711	396	379	304	304	97.7	83.1	83.1	54.2	38.8	38.8
slpr-a-04	505	884	518	464	399	399	88.5	72.7	72.7	65.1	56.7	56.7
slpr-a-05	964	753	508	576	573	573	93.9	71.4	71.4	62.4	49.6	49.6
slpr-b-01	60	194	107	163	194	194	68.2	59.7	59.7	41.8	41.5	41.5
slpr-b-02	364	32	141	255	284	284	116.1	106.3	106.3	53.0	45.2	45.2
slpr-b-03	256	179	235	500	349	349	128.4	86.5	86.5	78.0	47.5	47.5
slpr-b-04	726	861	412	560	422	422	119.3	81.8	81.8	72.6	42.3	42.3
slpr-b-05	1149	841	504	636	584	584	126.6	104.2	104.2	70.1	71.0	71.0
slpr-c-01	80	213	108	122	122	122	40.7	40.8	40.8	25.6	25.0	25.0
slpr-c-02	101	213	262	203	258	258	94.4	75.9	75.9	54.5	40.2	40.2
slpr-c-03	712	350	496	444	368	368	81.8	63.1	63.1	58.6	47.3	47.3
slpr-c-04	773	1013	730	507	428	428	71.2	60.2	60.2	55.7	45.6	45.6
slpr-c-05	999	657	318	520	566	566	82.1	59.2	59.2	63.5	54.6	54.6
Média	481.3	491.0	331.8	381.7	349.8	349.8	91.4	72.7	72.7	56.6	44.6	44.6
Mínimo	47.0	32.0	97.0	122.0	122.0	122.0	40.7	40.8	40.8	25.6	23.0	23.0
Máximo	1149.0	1013.0	730.0	636.0	584.0	584.0	128.4	106.3	106.3	78.0	71.0	71.0

Negro cheio: menor valor, quando se comparam TPH(CTH), TPH(STH) e BIH para a mesma instância.

Tabela 5.18: Diferença de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH) – *slpr*

	Custo		Desequilíbrio		Diâmetro		M_μ		M_σ	
	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH
Média	1%	2%	2%	-31%	-8%	-8%	-21%	-21%	-21%	-21%
Máximo	0%	2%	-12%	-36%	-8%	-8%	-17%	-17%	-9%	-9%
Melhor (×)	4	0	6	9	9	9	14	14	14	14

Linha Melhor (×): para cada critério, número de vezes em que TPH(STH) ou BIH foi melhor que TPH(CTH), no conjunto das 15 instâncias.

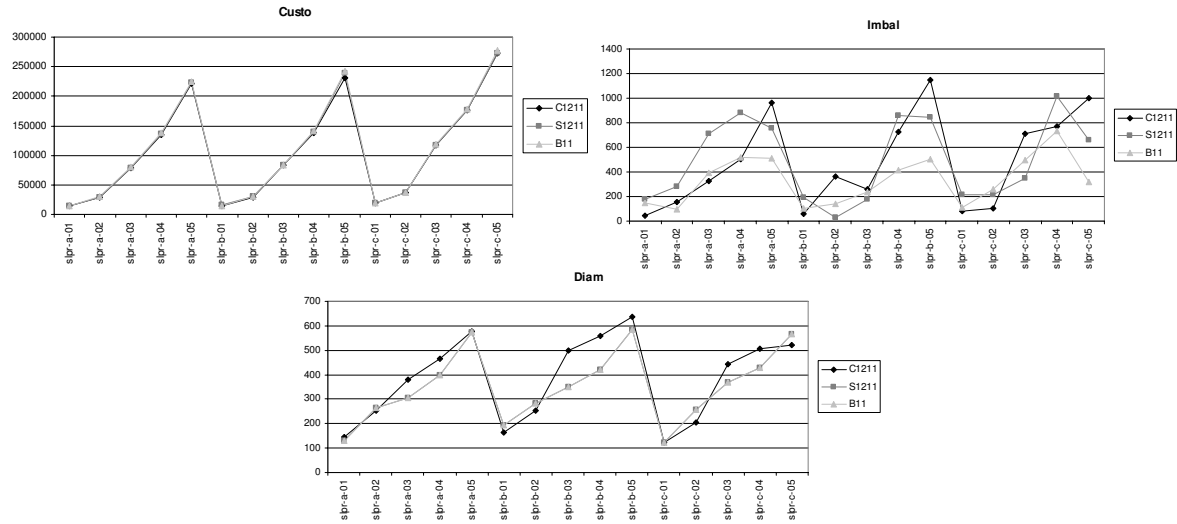


Figura 5.10: Critérios por instância com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – *slpr*

Em relação aos restantes critérios de avaliação de partições (desequilíbrio, diâmetro e medidas de dispersão), são de referir os comentários apresentados de seguida, suportados pelas Tabelas. 5.17 e 5.18. TPH(STH) apresenta melhor desequilíbrio máximo, sendo 12% inferior ao que se obtém com TPH(CTH). No entanto, TPH(STH) produziu soluções mais equilibradas apenas para 6 das 15 instâncias *slpr*. Com TPH(STH) observam-se melhores diâmetros, que diminuem 8% para a média e para o valor máximo, e melhores medidas de dispersão, cujos valores são reduzidos até 21% para a média e até 17% para o máximo. De entre as 15 instâncias, as soluções obtidas com TPH(STH), comparativamente com as resultantes de TPH(CTH), têm menor diâmetro para mais de metade das instâncias e melhores valores para as medidas de dispersão para a quase totalidade delas.

Exceptuando o desvio do custo, relativamente ao qual TPH(CTH) é melhor, para os restantes critérios TPH(STH) mostrou proporcionar soluções de melhor qualidade. No entanto, não parece óbvio apontar uma das heurísticas como sendo a preferida, pois, se por um lado TPH(STH) parece capaz de produzir sectores mais equilibrados, contíguos e compactos, por outro, com TPH(CTH) aparentam obter-se soluções de menor custo total.

Comparando agora BIH com TPH(CTH), o seu ponto forte é produzir soluções com

desequilíbrio bastante menor, com uma redução de 31% para a média e de 36% para o valor máximo (em 9 das 15 instâncias, o desequilíbrio foi menor usando BIH). Em relação ao diâmetro e às medidas de dispersão, BIH tem desempenho igual ao de TPH(STH) – veja-se a explicação dada no início desta secção. Mais uma vez, é difícil decidir qual das duas heurísticas, TPH(CTH) ou BIH, produz as melhores soluções, uma vez que BIH parece produzir sectores melhores em termos de equilíbrio e dispersão, enquanto que CTH favorece o custo total.

Das comparações feitas entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH, depreende-se que qualquer das heurísticas apresenta vantagens e desvantagens relativamente aos critérios usados na análise. Apesar de TPH(CTH) tender a produzir soluções de custo inferior, não é possível estabelecer uma dominância desta relativamente a TPH(STH) ou a BIH se forem tidos em atenção outros factores relativos à qualidade das sectorizações.

Comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – instâncias *slpr-01*

Usando as instâncias *slpr-01*, a comparação entre as heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH foi feita com as versões C1211, S1211 e B11, as já consideradas para as instâncias *slpr*, uma vez que foram obtidas a partir destas. Dadas as relações entre TPH(STH) e BIH referidas (Sec. 5.3.1) e também explicadas para as instâncias *slpr*, quando o parâmetro *WE* é igual a *BIE*, os valores do diâmetro e das medidas de dispersão obtidos com estas duas heurísticas coincidem, podendo diferir apenas o custo e o desequilíbrio.

Nas Tabelas 5.19 e 5.20 são apresentados, respectivamente, os custos totais das soluções, respectivos desvios e tempos de execução e resultados detalhados dos critérios desequilíbrio, diâmetro e medidas de dispersão, por instância e por heurística (TPH(CTH), TPH(STH) e BIH). Tal como em tabelas anteriores, indica-se ainda, no final, a média, o melhor e o pior valor, sendo o menor valor por instância assinalado a negro cheio. As diferenças percentuais entre as heurísticas TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH), para os valores médio e máximo de cada critério, estão na Tabela 5.21, assim como, para cada critério, o número de vezes em que o valor produzido por TPH(STH) ou BIH foi melhor que o obtido com TPH(CTH), no conjunto das 24 instâncias.

Na Figura 5.11 podem ver-se, para cada instância, os valores do custo, desequilíbrio e diâmetro obtidos com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH.

Tabela 5.19: Custos, desvios e tempos para as heurísticas – *slpr-01*

Instância	LB	TPH(CTH)			TPH(STH)			BIH		
		Custo	Gap %	tempo	Custo	Gap %	tempo	Custo	Gap %	tempo
slpr-a-01-l21	6164	6460	4.8	0.00	6311	2,4	0.02	6314	2.4	0.00
slpr-a-01-r21	8682	8875	2,2	0.02	8976	3.4	0.02	8908	2.6	0.00
slpr-b-01-l21	6403	6403	0,0	0.02	6528	2.0	0.02	6571	2.6	0.00
slpr-b-01-r21	9795	9918	1,3	0.02	9979	1.9	0.02	9979	1.9	0.00
slpr-c-01-l21	8700	8904	2,3	0.00	8995	3.4	0.00	8928	2.6	0.00
slpr-c-01-r21	11965	12267	2.5	0.02	12309	2.9	0.00	12191	1,9	0.02
slpr-a-01-l23	6910	7224	4.5	0.02	7109	2,9	0.02	7264	5.1	0.00
slpr-a-01-r23	9400	9517	1,2	0.00	9716	3.4	0.02	9797	4.2	0.00
slpr-b-01-l23	7083	7203	1,7	0.00	7241	2.2	0.02	7465	5.4	0.00
slpr-b-01-r23	10475	10772	2,8	0.00	10779	2.9	0.00	10956	4.6	0.00
slpr-c-01-l23	9488	9690	2,1	0.02	9720	2.4	0.00	9848	3.8	0.00
slpr-c-01-r23	12806	12992	1,5	0.00	13066	2.0	0.00	13246	3.4	0.00
slpr-a-01-l34	7288	7830	7,4	0.00	7844	7.6	0.02	8018	10.0	0.00
slpr-a-01-r34	9814	10366	5,6	0.00	10505	7.0	0.02	10671	8.7	0.00
slpr-b-01-l34	7247	8184	12,9	0.00	8266	14.1	0.02	8404	16.0	0.00
slpr-b-01-r34	10815	11824	9.3	0.02	11790	9,0	0.00	11838	9.5	0.00
slpr-c-01-l34	9826	10494	6.8	0.00	10493	6,8	0.00	10663	8.5	0.00
slpr-c-01-r34	13217	13902	5,2	0.02	13949	5.5	0.00	14152	7.1	0.00
slpr-a-01-25%l21	3120	3198	2.5	0.00	3186	2.1	0.00	3121	0,0	0.02
slpr-a-01-25%r21	4933	4973	0,8	0.00	5015	1.7	0.00	5015	1.7	0.00
slpr-b-01-25%l21	2840	2924	3,0	0.00	3039	7.0	0.00	3039	7.0	0.00
slpr-b-01-25%r21	3252	3322	2,2	0.00	3503	7.7	0.02	3503	7.7	0.00
slpr-c-01-25%l21	3194	3224	0,9	0.00	3224	0,9	0.02	3266	2.3	0.00
slpr-c-01-25%r21	3475	3612	3.9	0.02	3594	3.4	0.00	3569	2,7	0.02
Média			3,7	0.01		4.4	0.01		5.1	0.00
Mínimo			0,0	0.00		0.9	0.00		0.0	0.00
Máximo			12,9	0.02		14.1	0.02		16.0	0.02

Colunas de tempos: em segundos.

Sublinhado: valor ótimo para o SARP.

Negro cheio: menor valor, quando se comparam TPH(CTH), TPH(STH) e BIH para a mesma instância.

Considerando as instâncias *slpr-01*, com TPH(CTH) obtiveram-se, em média, no melhor e no pior casos, as soluções de menor duração (Tab. 5.19). Os tempos de execução são semelhantes e bastante reduzidos para todas as heurísticas. Com TPH(CTH), os desvios dos custos das soluções aos limites inferiores são, em média e no pior caso, de 3.7% e 12.9%, respectivamente. Os desvios são um pouco superiores quando se usa TPH(STH), registando-se, 4.4% para a média e 14.1% para o pior caso. Os custos mais elevados registaram-se para as soluções produzidas por BIH, com desvios de 5.1% e 16.0%, respectivamente para a média e para o pior caso. De entre as 24 instâncias, TPH(STH) só produziu soluções de menor custo do que TPH(CTH) para seis das instâncias, sendo de custo igual para outra. É de destacar uma solução ótima obtida por TPH(CTH).

Com os métodos em duas fases, TPH(CTH) e TPH(STH), produziram-se, quase sem-

Tabela 5.20: Desequilíbrio, diâmetro e dispersão para as heurísticas – *slpr-01*

Instância	Desequilíbrio			Diâmetro			Medidas de dispersão					
							M_μ			M_σ		
	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH	CTH	STH	BIH
slpr-a-01-l21	36	157	154	93	113	113	31.1	24.8	24.8	19.7	13.3	13.3
slpr-a-01-r21	5	118	108	90	80	80	37.7	28.7	28.7	21.5	16.7	16.7
slpr-b-01-l21	125	26	69	144	106	106	56.6	27.9	27.9	40.4	24.4	24.4
slpr-b-01-r21	566	185	185	201	154	154	56.5	53.3	53.3	49.5	45.8	45.8
slpr-c-01-l21	238	371	446	76	94	94	18.5	15.5	15.5	19.4	14.0	14.0
slpr-c-01-r21	139	197	33	84	87	87	31.3	24.9	24.9	22.8	18.7	18.7
slpr-a-01-l23	128	47	52	93	113	113	31.1	24.8	24.8	19.7	13.3	13.3
slpr-a-01-r23	135	22	39	90	80	80	41.8	28.7	28.7	22.2	16.7	16.7
slpr-b-01-l23	85	139	275	144	106	106	56.6	27.9	27.9	40.4	24.4	24.4
slpr-b-01-r23	616	65	112	201	154	154	57.3	53.3	53.3	49.0	45.8	45.8
slpr-c-01-l23	264	334	334	76	94	94	18.5	15.5	15.5	19.4	14.0	14.0
slpr-c-01-r23	264	40	72	84	87	87	31.3	24.9	24.9	22.8	18.7	18.7
slpr-a-01-l34	409	275	197	93	84	84	24.1	20.4	20.4	17.4	15.5	15.5
slpr-a-01-r34	182	215	178	66	63	63	24.0	18.1	18.1	16.4	11.6	11.6
slpr-b-01-l34	89	202	184	147	118	118	34.7	21.3	21.3	32.2	24.3	24.3
slpr-b-01-r34	516	400	444	139	139	139	48.1	43.9	43.9	47.2	48.9	48.9
slpr-c-01-l34	692	288	324	76	55	55	18.5	12.3	12.3	22.4	15.7	15.7
slpr-c-01-r34	202	374	322	84	84	84	18.9	13.1	13.1	18.4	11.4	11.4
slpr-a-01-25%l21	104	226	161	84	60	60	32.5	29.6	29.6	13.5	11.0	11.0
slpr-a-01-25%r21	73	171	171	74	73	73	33.5	27.4	27.4	19.1	15.7	15.7
slpr-b-01-25%l21	40	513	513	93	93	93	39.3	44.5	44.5	19.4	13.7	13.7
slpr-b-01-25%r21	112	207	207	97	89	89	46.0	19.3	19.3	31.8	18.0	18.0
slpr-c-01-25%l21	72	72	30	21	21	21	10.0	10.0	10.0	8.7	8.7	8.7
slpr-c-01-25%r21	80	20	45	54	67	67	31.9	25.6	25.6	18.2	18.3	18.3
Média	215.5	194.3	194.0	100.2	92.3	92.3	34.6	26.5	26.5	25.5	19.9	19.9
Mínimo	5.0	20.0	30.0	21.0	21.0	21.0	10.0	10.0	10.0	8.7	8.7	8.7
Máximo	692.0	513.0	513.0	201.0	154.0	154.0	57.3	53.3	53.3	49.5	48.9	48.9

Negro cheio: menor valor, quando se comparam TPH(CTH), TPH(STH) e BIH para a mesma instância.

Tabela 5.21: Diferença de TPH(STH) e BIH relativamente a TPH(CTH) – *slpr-01*

	Custo		Desequilíbrio		Diâmetro		M_μ		M_σ	
	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH	STH	BIH
Média	1%	1%	-10%	-10%	-8%	-8%	-23%	-23%	-22%	-22%
Máximo	0%	2%	-26%	-26%	-23%	-23%	-7%	-7%	-1%	-1%
Melhor (×)	6	4	10	13	13	13	22	22	21	21

Linha Melhor (×): para cada critério, número de vezes em que TPH(STH) ou BIH foi melhor que TPH(CTH), no conjunto das 24 instâncias.

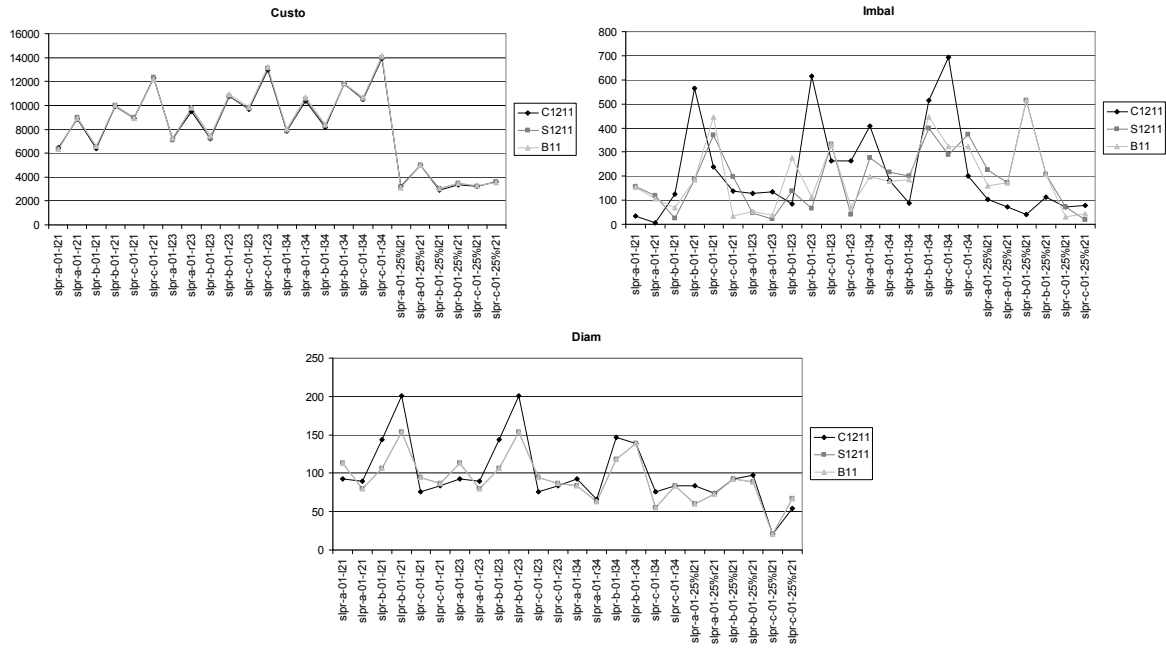


Figura 5.11: Critérios por instância com TPH(CTH), TPH(STH) e BIH – *slpr-01*

pre, soluções de custo inferior ao de soluções obtidas com BIH, havendo apenas três instâncias de exceção. Estas duas últimas situações não ocorreram com os grupos de instâncias *smval* e *slpr*.

No que diz respeito aos critérios de avaliação de partições (Tabs. 5.20 e 5.21), com TPH(STH) e BIH os resultados são muito semelhantes para o desequilíbrio, sendo iguais para o diâmetro e medidas de dispersão, como referido no início da secção. Fazendo a comparação de TPH(STH) e BIH com TPH(CTH), obteve-se, quer em média, quer no pior caso, melhor desequilíbrio (-10% e -26%), melhor diâmetro (-8% e -23%) e melhores medidas de dispersão (até -23% e -7%). Ainda relativamente a estes três últimos critérios, TPH(STH) e BIH produziram melhores resultados do que TPH(CTH) para mais de metade das 24 instâncias, exceção feita para o desequilíbrio obtido com TPH(STH).

A heurística TPH(CTH) mostrou-se ligeiramente favorável quanto à obtenção de soluções de menor duração, mas TPH(STH) e BIH apresentam, em geral, vantagens relativamente aos critérios que evidenciam características como a homogeneidade das

durações dos sectores e a contiguidade e compacidade dos sectores. Como se pode observar, cada heurística tende a produzir soluções com vantagens quanto a alguns aspectos, o que não permite estabelecer a dominância de uma das heurísticas em relação às restantes.

Resumo da comparação entre TPH(CTH), TPH(STH) e BIH

Nesta secção fez-se a comparação entre as heurísticas TPH(CTH), TPH(STH) e BIH, usando, para cada uma delas, uma das suas melhores versões (vd. Secs. 5.5.2, 5.5.3 e 5.5.4) e recorrendo aos três conjuntos de instâncias *smval*, *slpr* e *slpr-01*.

Os desempenhos das heurísticas foram semelhantes usando os conjuntos de instâncias *slpr* e *slpr-01*. Os resultados revelaram uma tendência para que as heurísticas TPH(STH) e BIH superem TPH(CTH) no que diz respeito à obtenção de sectores mais equilibrados, contíguos e compactos. Contudo, TPH(CTH) mostra uma leve vantagem no que diz respeito ao custo total. Ou seja, foram identificadas as características dos sectores favorecidas por cada uma das heurísticas. É também de salientar o facto de os desvios médios dos custos serem menores para as instâncias *slpr-01*, o que, de certa forma, já era esperado, por serem instâncias mais pequenas. No entanto, estes desvios são superiores no pior caso.

O mesmo não se passa usando as instâncias *smval*. Neste caso, TPH(CTH) favorece, de uma forma geral, o custo total, apresentando uma vantagem muito significativa relativamente a BIH e alguma vantagem em comparação com TPH(STH). No entanto, relativamente ao desequilíbrio, os resultados são contraditórios, pois em média são mais vantajosas as heurísticas TPH(STH) e BIH, mas no pior caso TPH(CTH) é significativamente melhor. Relativamente aos outros critérios, as diferenças são menos relevantes.

É ainda de salientar a vantagem, quanto ao custo total, de TPH(CTH) face a TPH(STH) e BIH, notada com qualquer dos conjuntos de instâncias testadas. Esta situação pode estar relacionada com as características de TPH(CTH), por se basear na obtenção de

circuitos, que mais tarde podem vir a fazer parte das viagens dos sectores. Verifica-se também que esta diminuição do custo é substancialmente mais notória para as instâncias *smval* do que para as instâncias *slpr* e *slpr-01*.

5.6 Conclusões

Foram propostas duas heurísticas numa metodologia em duas fases e uma heurística de melhor inserção, integrando a definição de sectores e a construção de viagens em redes de recolha de resíduos urbanos. Para cada heurística, foi avaliado o impacto de vários parâmetros, tentando conhecer-se o valor mais adequado para cada um deles, face ao tipo de solução que se pretende para o SARP.

Todas as heurísticas são bastante rápidas, com tempos de execução inferiores a 0.1 segundos para as instâncias maiores, com até 401 nodos e 1056 ligações. Do ponto de vista do custo das soluções obtidas, TPH(CTH) tende a ser a melhor heurística, obtendo-se, para as instâncias de maiores dimensões, desvios médios razoáveis em relação aos limites inferiores.

Além do custo total, foram usados três outros critérios, na tentativa de traduzir características importantes para o SARP e assim permitir avaliar as partições obtidas. Da análise dos resultados, observa-se que a qualidade de uma solução depende, grande parte das vezes, do critério usado na avaliação. Além disso, verificou-se também alguma tendência para que uma heurística privilegie determinadas características das soluções. Quando se comparam os valores obtidos com as três heurísticas, foi possível notar que os métodos em duas fases, TPH(CTH) e TPH(STH), produzem, em geral, soluções de menor custo total, enquanto que BIH tende a gerar soluções com sectores mais equilibrados em termos de duração.

O facto de os critérios considerados estarem frequentemente em conflito sugere que possa haver benefício em usar uma abordagem multiobjectivo baseada na optimização de Pareto. Em geral, estes algoritmos são demorados, dado que operam em paralelo numa população de soluções. No entanto, estes métodos parecem exequíveis, uma vez

que as heurísticas descritas neste capítulo são mais rápidas do que o esperado em redes de grande dimensão.

As heurísticas em duas fases produzem desvios do custo para o limite inferior do SARP até 15.3% para as instâncias de maiores dimensões. Note-se, no entanto, que estes desvios podem ser considerados pequenos, uma vez que os limites inferiores considerados não incluem imposições quanto à contiguidade e compacidade dos sectores. Apesar de quase nunca atingirem o limite inferior, tendo o valor óptimo sido obtido uma única vez, as soluções admissíveis do SARP são mais atractivas, do ponto de vista do problema prático em análise, do que as soluções do MCARP, dado que a organização dos serviços é simplificada. Além disso, estes desvios podem ser melhorados caso seja possível incluir condições de contiguidade nos limites inferiores para o SARP.

Conclusões

Nesta tese apresentaram-se modelos e métodos de resolução exacta e aproximada para o problema em que se integram, quer a sectorização, quer a determinação das viagens dentro de cada sector, com vista à sua aplicação à recolha de resíduos porta-a-porta em zonas urbanas. Referiram-se os problemas e as aplicações relacionados com o tema tratado, começando com uma breve descrição dos problemas de rotas nos arcos. Mais detalhadamente, falou-se depois nos problemas de sectorização e em várias aplicações descritas na literatura. Por fim, mencionou-se a recolha de resíduos, com referência a outras aplicações na mesma área.

Dadas as características subjacentes a uma aplicação à recolha de resíduos, foi considerada uma modelação em rede que prevê diversos tipos de travessias dos troços de ruas e a possibilidade de existirem viragens proibidas e ruas paralelas. Além disso, a procura pode ocorrer só em alguns troços de rua e o tempo necessário para proceder à recolha em cada troço pode ser distinto do tempo de atravessamento quando não é efectuada recolha.

Definiu-se o SARP, problema de sectorização e rotas nos arcos, que modela a construção de sectores e a determinação de viagens dentro de cada sector, com base numa rede mista que traduz o mapa de ruas de zonas urbanas em que o serviço está associado às ligações.

Dada a sua generalidade, o problema considerado adapta-se a qualquer aplicação em que a procura esteja associada aos arcos e para a qual se pretenda a partição dos troços de rua em sectores e a determinação das viagens a servir cada sector. Tanto quanto se sabe, este é o primeiro trabalho em que se estuda o problema da sectorização em redes mistas em que nem todas as ligações têm de ser servidas. Do estudo de complexidade, concluiu-se que o SARP pertence à categoria dos problemas NP-difíceis.

Apresentaram-se, pela primeira vez, formulações válidas para o SARP. Estas formulações baseiam-se em fluxos e têm um número polinomial de variáveis e de restrições. A partir de um modelo base foi derivado o modelo reforçado, por inclusão de desigualdades válidas e de restrições de eliminação de soluções alternativas, assim como um modelo agregado, em que se relaxou a definição de viagens. Foram ainda enunciados e provados resultados teóricos que relacionam os valores óptimos dos diversos problemas envolvidos.

A partir dos modelos matemáticos propostos foi possível obter limites inferiores razoáveis e soluções óptimas dos problemas de menores dimensões. Em menos de uma hora foram conseguidas soluções óptimas para instâncias com até 53 nodos e 169 tarefas. Usando o modelo agregado obtiveram-se, para alguns conjuntos de instâncias, limites inferiores para o SARP de melhor qualidade que os obtidos a partir de outras relaxações, nomeadamente o M-CARP. Foram identificadas algumas características das instâncias que podem estar relacionadas com este facto.

Dada a dificuldade de resolução do SARP para instâncias de dimensões que vão para além de umas dezenas de nodos e de uma centena de tarefas, tornou-se necessário desenvolver heurísticas capazes de produzir soluções admissíveis para o problema. Foram propostas duas heurísticas em duas fases e uma heurística de melhor inserção, incluindo a construção de sectores e a determinação de viagens dentro de cada sector. Estas heurísticas são muito rápidas, produzindo soluções admissíveis em décimos de segundo, mesmo para instâncias com centenas de nodos e mais de mil ligações.

Foram testadas várias versões de cada heurística, fazendo variar os seus parâmetros. Conjuntamente com o desvio do custo da solução em relação ao limite inferior, foram

usados outros critérios de avaliação que tentam revelar características importantes para o SARP, tais como o desequilíbrio, a compacidade e a contiguidade. Todas as versões das heurísticas foram testadas e avaliadas usando os critérios definidos, de modo a tentarem identificar-se as melhores combinações para os valores dos parâmetros.

Os três métodos de resolução aproximada foram comparados, tendo-se identificado que uma das heurística em duas fases produz, em geral, soluções de menor duração total, enquanto que a heurística de melhor inserção tende a beneficiar o equilíbrio entre os sectores.

As soluções admissíveis produzidas pelos métodos aproximados raramente atingiram os limites inferiores e a solução óptima foi obtida uma única vez. Contudo, para as instâncias de maior dimensão, com até 401 nodos e 1056 ligações, obtiveram-se soluções cujos custos têm desvios pouco acima dos 10% em relação ao limite inferior. Estes desvios podem ser considerados aceitáveis, na medida em que os limites inferiores considerados não incluem, por exemplo, as condições de contiguidade e compacidade dos sectores, características favorecidas pelas heurísticas. Adicionalmente, as soluções admissíveis para o SARP oferecem vantagens do ponto de vista prático, relativamente, por exemplo, a soluções do MCARP, uma vez que favorecem a concentração das ligações servidas por um mesmo veículo numa zona, facilitando assim o serviço.

A inclusão de técnicas de pesquisa local pode também ser usada na tentativa de melhorar a qualidade de soluções admissíveis para o SARP. O desenvolvimento de metaheurísticas é também de considerar para a geração de soluções admissíveis.

A construção de sectores e a determinação de viagens em redes mistas com procura nos arcos é um problema de aplicabilidade prática sobre o qual ainda há muito a estudar. É de ponderar a inclusão, no SARP, de condições como a contiguidade e a compacidade dos sectores. Merecem também ser equacionados modelos alternativos, em que, por exemplo, se minimize a duração máxima dos sectores em vez de minimizar a duração total. Ou mesmo uma abordagem multiobjectivo, em que, por exemplo, a contiguidade e a compacidade dos sectores sejam traduzidas em termos de objectivos a otimizar, em vez de serem vistas como imposições.

Apêndice A

Resultados detalhados das heurísticas para instâncias *smval*

Neste apêndice constam os resultados detalhados obtidos com cada uma das versões de cada heurística, por instância. Para cada versão, são ainda apresentados, no fundo da tabela, os valores mínimo, máximo e médio para o conjunto das 34 instâncias. Em cada tabela são apresentados os tempos de execução (em segundos), o custo, o desvio do custo (Gap %), o desequilíbrio (Imbal), o diâmetro (Diam) e as medidas de dispersão M_μ e M_σ . No caso das heurísticas em duas fases, TPH(CTH) e TPH(STH), a coluna dos tempos de execução é subdividida no tempo para a fase 1, para a fase 2 e duração total.

A.1 TPH(CTH)

Tabela A.1: Tempos e critérios de avaliação com C1111 – *smval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	258	12.2	0	17	6.2	4.2
mval1b	0.02	0.00	0.02	308	18.0	15	24	7.5	5.9
mval1c	0.02	0.00	0.02	425	37.5	52	19	4.7	4.3
mval2a	0.00	0.00	0.00	382	17.9	78	29	9.3	7.2
mval2b	0.00	0.00	0.00	462	17.0	19	25	8.5	6.2
mval2c	0.00	0.00	0.00	659	26.5	122	33	5.5	5.5
mval3a	0.02	0.00	0.02	129	12.2	9	11	4.6	3.1
mval3b	0.00	0.00	0.00	164	15.5	48	18	4.3	2.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	194	16.9	30	10	3.0	2.4
mval4a	0.02	0.00	0.02	705	21.6	85	38	10.0	7.5
mval4b	0.00	0.00	0.00	842	29.5	53	36	11.2	7.3
mval4c	0.02	0.00	0.02	834	32.4	33	30	9.1	6.5
mval4d	0.02	0.00	0.02	1023	37.1	62	36	9.0	7.4
mval5a	0.00	0.00	0.00	742	24.3	22	38	11.1	7.1
mval5b	0.00	0.00	0.00	768	25.3	48	25	8.1	6.1
mval5c	0.02	0.00	0.02	791	13.5	31	31	13.1	7.6
mval5d	0.02	0.00	0.02	926	28.8	85	25	5.9	4.5
mval6a	0.00	0.00	0.00	375	15.0	39	23	9.4	5.9
mval6b	0.02	0.00	0.02	404	27.4	14	27	7.0	5.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	450	23.3	64	19	6.3	4.7
mval7a	0.00	0.00	0.00	407	11.8	9	27	12.5	8.0
mval7b	0.00	0.00	0.00	500	21.4	23	26	11.2	7.1
mval7c	0.00	0.00	0.00	529	24.8	16	25	7.1	6.0
mval8a	0.00	0.00	0.00	731	25.8	69	30	8.7	5.7
mval8b	0.00	0.00	0.00	683	28.6	9	28	8.4	5.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	828	34.2	39	33	8.5	6.7
mval9a	0.00	0.02	0.02	526	14.8	0	25	12.4	6.0
mval9b	0.02	0.00	0.02	562	24.1	38	24	6.7	4.6
mval9c	0.02	0.00	0.02	516	20.6	31	19	7.3	4.7
mval9d	0.02	0.00	0.02	639	24.3	51	26	6.7	4.4
mval10a	0.02	0.00	0.02	721	13.7	15	28	8.9	5.3
mval10b	0.02	0.00	0.02	810	22.5	26	32	8.9	5.7
mval10c	0.02	0.00	0.02	723	16.1	49	20	8.9	4.7
mval10d	0.02	0.00	0.02	775	20.5	89	21	7.0	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	129.0	11.8	0.0	10.0	3.0	2.4
Máx.	0.02	0.02	0.02	1023.0	37.5	122.0	38.0	13.1	8.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	582.1	22.2	40.4	25.8	8.1	5.6

Tabela A.2: Tempos e critérios de avaliação com C1112 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	255	10.9	1	17	6.2	4.2
mval1b	0.00	0.00	0.00	356	36.4	73	24	7.5	5.9
mval1c	0.00	0.00	0.00	494	59.9	67	19	4.7	4.3
mval2a	0.00	0.00	0.00	388	19.8	84	29	9.3	7.2
mval2b	0.02	0.00	0.02	472	19.5	21	25	8.5	6.2
mval2c	0.02	0.00	0.02	714	37.0	104	33	5.5	5.5
mval3a	0.00	0.00	0.00	148	28.7	14	11	4.6	3.1
mval3b	0.02	0.00	0.02	187	31.7	51	18	4.3	2.6
mval3c	0.02	0.00	0.02	211	27.1	31	10	3.0	2.4
mval4a	0.00	0.00	0.00	818	41.0	26	38	10.0	7.5
mval4b	0.02	0.00	0.02	934	43.7	71	36	11.2	7.3
mval4c	0.00	0.00	0.00	934	48.3	86	30	9.1	6.5
mval4d	0.02	0.00	0.02	1062	42.4	54	36	9.0	7.4
mval5a	0.00	0.02	0.02	817	36.9	43	38	11.1	7.1
mval5b	0.00	0.00	0.00	791	29.0	78	25	8.1	6.1
mval5c	0.02	0.00	0.02	878	26.0	54	31	13.1	7.6
mval5d	0.02	0.00	0.02	1005	39.8	117	25	5.9	4.5
mval6a	0.00	0.00	0.00	393	20.6	27	23	9.4	5.9
mval6b	0.02	0.00	0.02	431	36.0	12	27	7.0	5.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	508	39.2	67	19	6.3	4.7
mval7a	0.00	0.00	0.00	468	28.6	40	27	12.5	8.0
mval7b	0.00	0.00	0.00	587	42.5	7	26	11.2	7.1
mval7c	0.00	0.00	0.00	624	47.2	56	25	7.1	6.0
mval8a	0.02	0.00	0.02	727	25.1	19	30	8.7	5.7
mval8b	0.02	0.00	0.02	721	35.8	52	28	8.4	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	935	51.5	59	33	8.5	6.7
mval9a	0.02	0.00	0.02	576	25.8	8	25	12.4	6.0
mval9b	0.00	0.02	0.02	600	32.5	27	24	6.7	4.6
mval9c	0.02	0.00	0.02	548	28.0	28	19	7.3	4.7
mval9d	0.00	0.00	0.00	721	40.3	61	26	6.7	4.4
mval10a	0.02	0.00	0.02	795	25.4	9	28	8.9	5.3
mval10b	0.00	0.00	0.00	822	24.4	60	32	8.9	5.7
mval10c	0.02	0.00	0.02	768	23.3	54	20	8.9	4.7
mval10d	0.00	0.00	0.00	826	28.5	68	21	7.0	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	148.0	10.9	1.0	10.0	3.0	2.4
Máx.	0.02	0.02	0.02	1062.0	59.9	117.0	38.0	13.1	8.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	632.8	33.3	47.9	25.8	8.1	5.6

Tabela A.3: Tempos e critérios de avaliação com C1113 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	259	12.6	5	17	6.2	4.2
mval1b	0.02	0.00	0.02	350	34.1	73	24	7.5	5.9
mval1c	0.00	0.00	0.00	463	49.8	68	19	4.7	4.3
mval2a	0.00	0.00	0.00	388	19.8	84	29	9.3	7.2
mval2b	0.00	0.00	0.00	472	19.5	21	25	8.5	6.2
mval2c	0.00	0.00	0.00	718	37.8	105	33	5.5	5.5
mval3a	0.00	0.00	0.00	163	41.7	1	11	4.6	3.1
mval3b	0.02	0.00	0.02	189	33.1	61	18	4.3	2.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	204	22.9	33	10	3.0	2.4
mval4a	0.00	0.00	0.00	778	34.1	20	38	10.0	7.5
mval4b	0.02	0.00	0.02	894	37.5	51	36	11.2	7.3
mval4c	0.02	0.00	0.02	923	46.5	55	30	9.1	6.5
mval4d	0.00	0.00	0.00	1065	42.8	62	36	9.0	7.4
mval5a	0.02	0.00	0.02	778	30.3	40	38	11.1	7.1
mval5b	0.02	0.00	0.02	755	23.2	91	25	8.1	6.1
mval5c	0.00	0.00	0.00	843	20.9	27	31	13.1	7.6
mval5d	0.00	0.00	0.00	981	36.4	74	25	5.9	4.5
mval6a	0.02	0.00	0.02	403	23.6	29	23	9.4	5.9
mval6b	0.00	0.00	0.00	421	32.8	10	27	7.0	5.5
mval6c	0.02	0.00	0.02	489	34.0	71	19	6.3	4.7
mval7a	0.02	0.00	0.02	448	23.1	28	27	12.5	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	548	33.0	26	26	11.2	7.1
mval7c	0.00	0.00	0.00	613	44.6	43	25	7.1	6.0
mval8a	0.00	0.00	0.00	729	25.5	13	30	8.7	5.7
mval8b	0.00	0.00	0.00	725	36.5	33	28	8.4	5.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	947	53.5	51	33	8.5	6.7
mval9a	0.02	0.00	0.02	588	28.4	34	25	12.4	6.0
mval9b	0.02	0.00	0.02	579	27.8	26	24	6.7	4.6
mval9c	0.00	0.00	0.00	569	32.9	13	19	7.3	4.7
mval9d	0.02	0.00	0.02	719	39.9	50	26	6.7	4.4
mval10a	0.00	0.00	0.00	792	24.9	56	28	8.9	5.3
mval10b	0.02	0.00	0.02	795	20.3	12	32	8.9	5.7
mval10c	0.00	0.00	0.00	772	23.9	49	20	8.9	4.7
mval10d	0.02	0.00	0.02	892	38.7	82	21	7.0	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	163.0	12.6	1.0	10.0	3.0	2.4
Máx.	0.02	0.00	0.02	1065.0	53.5	105.0	38.0	13.1	8.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	625.1	32.0	44.0	25.8	8.1	5.6

Tabela A.4: Tempos e critérios de avaliação com C1121 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	275	19.6	19	18	5.8	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	308	18.0	18	18	6.7	5.2
mval1c	0.02	0.00	0.02	404	30.7	43	21	4.0	3.6
mval2a	0.02	0.00	0.02	382	17.9	44	26	9.5	7.4
mval2b	0.00	0.00	0.00	478	21.0	25	25	7.8	5.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	686	31.7	138	23	5.1	4.8
mval3a	0.02	0.00	0.02	140	21.7	8	10	3.6	2.2
mval3b	0.00	0.00	0.00	178	25.4	28	10	4.1	2.4
mval3c	0.00	0.00	0.00	198	19.3	22	9	3.0	2.4
mval4a	0.02	0.00	0.02	683	17.8	41	30	9.2	6.3
mval4b	0.00	0.00	0.00	818	25.8	44	28	9.1	6.0
mval4c	0.02	0.00	0.02	886	40.6	82	35	7.7	5.5
mval4d	0.00	0.02	0.02	1033	38.5	56	36	8.3	6.8
mval5a	0.00	0.00	0.00	782	31.0	26	38	10.7	6.6
mval5b	0.02	0.00	0.02	772	25.9	65	22	6.7	4.8
mval5c	0.02	0.00	0.02	800	14.8	15	30	10.2	6.5
mval5d	0.00	0.00	0.00	924	28.5	58	25	5.0	4.7
mval6a	0.02	0.00	0.02	396	21.5	40	24	9.1	5.8
mval6b	0.00	0.00	0.00	376	18.6	20	22	6.5	4.8
mval6c	0.00	0.00	0.00	454	24.4	61	19	5.7	4.6
mval7a	0.02	0.00	0.02	424	16.5	10	23	11.0	6.6
mval7b	0.02	0.00	0.02	518	25.7	32	31	10.6	6.9
mval7c	0.02	0.00	0.02	488	15.1	44	17	5.6	4.2
mval8a	0.00	0.02	0.02	688	18.4	56	29	8.0	5.1
mval8b	0.00	0.02	0.02	692	30.3	34	25	7.0	4.7
mval8c	0.00	0.00	0.00	855	38.6	53	30	7.2	6.8
mval9a	0.02	0.00	0.02	542	18.3	6	24	11.4	5.5
mval9b	0.00	0.00	0.00	565	24.7	76	19	5.7	3.8
mval9c	0.00	0.00	0.00	532	24.3	38	17	6.5	3.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	628	22.2	51	13	5.6	3.3
mval10a	0.00	0.02	0.02	731	15.3	61	29	8.0	4.6
mval10b	0.02	0.00	0.02	832	25.9	38	30	8.2	5.0
mval10c	0.00	0.02	0.02	713	14.4	49	20	7.7	4.1
mval10d	0.02	0.00	0.02	768	19.4	65	28	7.1	4.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	140.0	14.4	6.0	9.0	3.0	2.2
Máx.	0.02	0.02	0.02	1033.0	40.6	138.0	38.0	11.4	7.4
Méd.	0.01	0.00	0.01	586.7	23.6	43.1	23.6	7.3	5.0

Tabela A.5: Tempos e critérios de avaliação com C1122 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	263	14.3	11	18	5.8	4.0
mval1b	0.02	0.00	0.02	358	37.2	48	18	6.7	5.2
mval1c	0.02	0.00	0.02	430	39.2	58	21	4.0	3.6
mval2a	0.00	0.00	0.00	371	14.5	33	26	9.5	7.4
mval2b	0.00	0.00	0.00	475	20.3	25	25	7.8	5.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	694	33.2	146	23	5.1	4.8
mval3a	0.02	0.00	0.02	144	25.2	10	10	3.6	2.2
mval3b	0.00	0.00	0.00	188	32.4	24	10	4.1	2.4
mval3c	0.00	0.00	0.00	209	25.9	22	9	3.0	2.4
mval4a	0.02	0.00	0.02	761	31.2	19	30	9.2	6.3
mval4b	0.00	0.00	0.00	873	34.3	57	28	9.1	6.0
mval4c	0.02	0.00	0.02	943	49.7	67	35	7.7	5.5
mval4d	0.00	0.00	0.00	1114	49.3	62	36	8.3	6.8
mval5a	0.02	0.00	0.02	781	30.8	33	38	10.7	6.6
mval5b	0.00	0.02	0.02	788	28.5	81	22	6.7	4.8
mval5c	0.00	0.00	0.00	836	19.9	51	30	10.2	6.5
mval5d	0.02	0.00	0.02	950	32.1	61	25	5.0	4.7
mval6a	0.00	0.00	0.00	403	23.6	23	24	9.1	5.8
mval6b	0.00	0.00	0.00	405	27.8	53	22	6.5	4.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	515	41.1	60	19	5.7	4.6
mval7a	0.00	0.00	0.00	463	27.2	21	23	11.0	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	533	29.4	39	31	10.6	6.9
mval7c	0.00	0.00	0.00	558	31.6	73	17	5.6	4.2
mval8a	0.02	0.00	0.02	767	32.0	47	29	8.0	5.1
mval8b	0.02	0.00	0.02	704	32.6	51	25	7.0	4.7
mval8c	0.02	0.00	0.02	960	55.6	19	30	7.2	6.8
mval9a	0.02	0.00	0.02	559	22.1	3	24	11.4	5.5
mval9b	0.00	0.00	0.00	600	32.5	66	19	5.7	3.8
mval9c	0.00	0.00	0.00	539	25.9	51	17	6.5	3.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	693	34.8	31	13	5.6	3.3
mval10a	0.00	0.00	0.00	782	23.3	22	29	8.0	4.6
mval10b	0.00	0.02	0.02	844	27.7	34	30	8.2	5.0
mval10c	0.02	0.00	0.02	760	22.0	39	20	7.7	4.1
mval10d	0.00	0.00	0.00	855	33.0	66	28	7.1	4.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	144.0	14.3	3.0	9.0	3.0	2.2
Máx.	0.02	0.02	0.02	1114.0	55.6	146.0	38.0	11.4	7.4
Méd.	0.01	0.00	0.01	621.1	30.6	44.3	23.6	7.3	5.0

Tabela A.6: Tempos e critérios de avaliação com C1123 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	281	22.2	7	18	5.8	4.0
mval1b	0.02	0.00	0.02	354	35.6	50	18	6.7	5.2
mval1c	0.00	0.00	0.00	405	31.1	56	21	4.0	3.6
mval2a	0.00	0.00	0.00	410	26.5	6	26	9.5	7.4
mval2b	0.00	0.00	0.00	482	22.0	28	25	7.8	5.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	693	33.0	136	23	5.1	4.8
mval3a	0.02	0.00	0.02	150	30.4	4	10	3.6	2.2
mval3b	0.00	0.00	0.00	186	31.0	30	10	4.1	2.4
mval3c	0.00	0.00	0.00	209	25.9	26	9	3.0	2.4
mval4a	0.00	0.00	0.00	741	27.8	27	30	9.2	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	835	28.5	51	28	9.1	6.0
mval4c	0.02	0.00	0.02	907	44.0	68	35	7.7	5.5
mval4d	0.00	0.00	0.00	1165	56.2	70	36	8.3	6.8
mval5a	0.02	0.00	0.02	802	34.3	22	38	10.7	6.6
mval5b	0.02	0.00	0.02	783	27.7	84	22	6.7	4.8
mval5c	0.00	0.00	0.00	859	23.2	38	30	10.2	6.5
mval5d	0.02	0.00	0.02	1019	41.7	47	25	5.0	4.7
mval6a	0.00	0.00	0.00	386	18.4	2	24	9.1	5.8
mval6b	0.00	0.00	0.00	391	23.3	40	22	6.5	4.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	484	32.6	69	19	5.7	4.6
mval7a	0.00	0.00	0.00	438	20.3	10	23	11.0	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	548	33.0	28	31	10.6	6.9
mval7c	0.00	0.00	0.00	518	22.2	60	17	5.6	4.2
mval8a	0.02	0.00	0.02	724	24.6	30	29	8.0	5.1
mval8b	0.02	0.00	0.02	709	33.5	34	25	7.0	4.7
mval8c	0.02	0.00	0.02	976	58.2	40	30	7.2	6.8
mval9a	0.02	0.00	0.02	558	21.8	6	24	11.4	5.5
mval9b	0.00	0.00	0.00	598	32.0	78	19	5.7	3.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	563	31.5	53	17	6.5	3.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	703	36.8	67	13	5.6	3.3
mval10a	0.00	0.00	0.00	772	21.8	10	29	8.0	4.6
mval10b	0.02	0.00	0.02	817	23.6	29	30	8.2	5.0
mval10c	0.02	0.00	0.02	827	32.7	51	20	7.7	4.1
mval10d	0.00	0.00	0.00	866	34.7	47	28	7.1	4.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	150.0	18.4	2.0	9.0	3.0	2.2
Máx.	0.02	0.00	0.02	1165.0	58.2	136.0	38.0	11.4	7.4
Méd.	0.01	0.00	0.01	622.3	30.7	41.3	23.6	7.3	5.0

Tabela A.7: Tempos e critérios de avaliação com C1211 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	255	10.9	9	19	6.1	4.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	318	21.8	8	18	7.1	5.4
mval1c	0.00	0.00	0.00	427	38.2	36	15	3.6	3.3
mval2a	0.00	0.00	0.00	409	26.2	19	27	9.0	6.9
mval2b	0.00	0.00	0.00	464	17.5	21	31	9.4	6.8
mval2c	0.00	0.00	0.00	732	40.5	62	41	8.1	7.3
mval3a	0.02	0.00	0.02	144	25.2	2	11	4.3	3.0
mval3b	0.00	0.00	0.00	159	12.0	3	11	4.5	2.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	207	24.7	36	12	3.6	2.9
mval4a	0.02	0.00	0.02	715	23.3	23	32	9.4	7.1
mval4b	0.02	0.00	0.02	772	18.8	44	38	15.4	9.4
mval4c	0.00	0.00	0.00	831	31.9	31	35	10.4	7.3
mval4d	0.02	0.00	0.02	1000	34.0	57	38	10.0	8.3
mval5a	0.02	0.00	0.02	754	26.3	2	38	11.0	7.0
mval5b	0.02	0.00	0.02	766	25.0	15	25	8.0	6.1
mval5c	0.02	0.00	0.02	805	15.5	10	31	13.9	7.8
mval5d	0.00	0.02	0.02	913	27.0	74	25	5.9	4.5
mval6a	0.00	0.00	0.00	407	24.8	3	28	10.5	7.1
mval6b	0.02	0.00	0.02	372	17.4	12	24	7.2	5.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	442	21.1	22	18	6.2	4.9
mval7a	0.00	0.00	0.00	399	9.6	13	27	12.0	7.7
mval7b	0.02	0.00	0.02	533	29.4	7	31	11.2	7.3
mval7c	0.02	0.00	0.02	550	29.7	40	26	6.5	5.2
mval8a	0.02	0.00	0.02	747	28.6	11	29	8.5	5.4
mval8b	0.02	0.00	0.02	686	29.2	31	25	7.9	4.8
mval8c	0.02	0.00	0.02	843	36.6	38	33	8.8	6.7
mval9a	0.02	0.02	0.04	527	15.1	41	22	11.7	5.7
mval9b	0.02	0.00	0.02	571	26.0	40	26	6.3	4.4
mval9c	0.02	0.00	0.02	534	24.8	18	19	7.5	4.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	641	24.7	20	21	6.4	4.4
mval10a	0.02	0.02	0.04	751	18.5	5	28	8.6	5.1
mval10b	0.02	0.00	0.02	756	14.4	12	31	8.6	5.3
mval10c	0.02	0.00	0.02	723	16.1	22	24	9.4	5.5
mval10d	0.02	0.00	0.02	762	18.5	14	19	7.0	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	144.0	9.6	2.0	11.0	3.6	2.6
Máx.	0.02	0.02	0.04	1000.0	40.5	74.0	41.0	15.4	9.4
Méd.	0.01	0.00	0.02	585.7	23.6	23.6	25.8	8.4	5.7

Tabela A.8: Tempos e critérios de avaliação com C1212 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	271	17.8	29	19	6.1	4.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	354	35.6	5	18	7.1	5.4
mval1c	0.00	0.00	0.00	420	35.9	41	15	3.6	3.3
mval2a	0.00	0.00	0.00	413	27.5	51	27	9.0	6.9
mval2b	0.00	0.00	0.00	467	18.2	26	31	9.4	6.8
mval2c	0.00	0.00	0.00	775	48.8	64	41	8.1	7.3
mval3a	0.02	0.00	0.02	145	26.1	9	11	4.3	3.0
mval3b	0.00	0.00	0.00	167	17.6	5	11	4.5	2.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	242	45.8	47	12	3.6	2.9
mval4a	0.02	0.00	0.02	778	34.1	60	32	9.4	7.1
mval4b	0.00	0.00	0.00	896	37.8	109	38	15.4	9.4
mval4c	0.00	0.00	0.00	886	40.6	21	35	10.4	7.3
mval4d	0.02	0.00	0.02	1244	66.8	103	38	10.0	8.3
mval5a	0.02	0.00	0.02	827	38.5	15	38	11.0	7.0
mval5b	0.02	0.00	0.02	843	37.5	64	25	8.0	6.1
mval5c	0.00	0.00	0.00	895	28.4	10	31	13.9	7.8
mval5d	0.00	0.00	0.00	993	38.1	54	25	5.9	4.5
mval6a	0.02	0.00	0.02	408	25.2	2	28	10.5	7.1
mval6b	0.02	0.00	0.02	388	22.4	40	24	7.2	5.8
mval6c	0.00	0.00	0.00	489	34.0	34	18	6.2	4.9
mval7a	0.00	0.00	0.00	474	30.2	34	27	12.0	7.7
mval7b	0.00	0.00	0.00	597	44.9	28	31	11.2	7.3
mval7c	0.00	0.00	0.00	622	46.7	55	26	6.5	5.2
mval8a	0.00	0.00	0.00	741	27.5	27	29	8.5	5.4
mval8b	0.00	0.00	0.00	730	37.5	25	25	7.9	4.8
mval8c	0.00	0.00	0.00	930	50.7	53	33	8.8	6.7
mval9a	0.02	0.00	0.02	577	26.0	51	22	11.7	5.7
mval9b	0.02	0.00	0.02	576	27.2	39	26	6.3	4.4
mval9c	0.02	0.00	0.02	561	31.1	14	19	7.5	4.8
mval9d	0.00	0.00	0.00	708	37.7	17	21	6.4	4.4
mval10a	0.02	0.00	0.02	814	28.4	24	28	8.6	5.1
mval10b	0.02	0.00	0.02	854	29.2	32	31	8.6	5.3
mval10c	0.00	0.00	0.00	820	31.6	10	24	9.4	5.5
mval10d	0.02	0.00	0.02	893	38.9	9	19	7.0	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	145.0	17.6	2.0	11.0	3.6	2.6
Máx.	0.02	0.00	0.02	1244.0	66.8	109.0	41.0	15.4	9.4
Méd.	0.01	0.00	0.01	641.1	34.2	35.5	25.8	8.4	5.7

Tabela A.9: Tempos e critérios de avaliação com C1213 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	269	17.0	27	19	6.1	4.3
mval1b	0.02	0.00	0.02	348	33.3	11	18	7.1	5.4
mval1c	0.02	0.00	0.02	434	40.5	44	15	3.6	3.3
mval2a	0.00	0.00	0.00	378	16.7	16	27	9.0	6.9
mval2b	0.00	0.00	0.00	475	20.3	26	31	9.4	6.8
mval2c	0.00	0.00	0.00	786	50.9	70	41	8.1	7.3
mval3a	0.02	0.00	0.02	149	29.6	5	11	4.3	3.0
mval3b	0.00	0.00	0.00	175	23.2	3	11	4.5	2.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	227	36.7	38	12	3.6	2.9
mval4a	0.02	0.00	0.02	778	34.1	98	32	9.4	7.1
mval4b	0.02	0.00	0.02	852	31.1	87	38	15.4	9.4
mval4c	0.00	0.00	0.00	894	41.9	31	35	10.4	7.3
mval4d	0.00	0.00	0.00	1137	52.4	35	38	10.0	8.3
mval5a	0.02	0.00	0.02	779	30.5	25	38	11.0	7.0
mval5b	0.02	0.00	0.02	821	33.9	48	25	8.0	6.1
mval5c	0.02	0.00	0.02	916	31.4	46	31	13.9	7.8
mval5d	0.00	0.00	0.00	983	36.7	35	25	5.9	4.5
mval6a	0.00	0.00	0.00	403	23.6	19	28	10.5	7.1
mval6b	0.02	0.00	0.02	380	19.9	20	24	7.2	5.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	500	37.0	9	18	6.2	4.9
mval7a	0.00	0.00	0.00	443	21.7	9	27	12.0	7.7
mval7b	0.00	0.00	0.00	557	35.2	11	31	11.2	7.3
mval7c	0.00	0.00	0.00	585	38.0	54	26	6.5	5.2
mval8a	0.00	0.00	0.00	741	27.5	49	29	8.5	5.4
mval8b	0.00	0.00	0.00	744	40.1	3	25	7.9	4.8
mval8c	0.00	0.00	0.00	871	41.2	57	33	8.8	6.7
mval9a	0.02	0.00	0.02	584	27.5	48	22	11.7	5.7
mval9b	0.00	0.02	0.02	579	27.8	41	26	6.3	4.4
mval9c	0.02	0.00	0.02	574	34.1	5	19	7.5	4.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	704	37.0	14	21	6.4	4.4
mval10a	0.02	0.00	0.02	831	31.1	51	28	8.6	5.1
mval10b	0.02	0.00	0.02	809	22.4	15	31	8.6	5.3
mval10c	0.02	0.00	0.02	814	30.7	13	24	9.4	5.5
mval10d	0.02	0.00	0.02	919	42.9	13	19	7.0	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	149.0	16.7	3.0	11.0	3.6	2.6
Máx.	0.02	0.02	0.02	1137.0	52.4	98.0	41.0	15.4	9.4
Méd.	0.01	0.00	0.01	630.6	32.3	31.6	25.8	8.4	5.7

Tabela A.10: Tempos e critérios de avaliação com C1221 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.02	0.02	273	18.7	11	18	5.7	3.9
mval1b	0.00	0.00	0.00	300	14.9	17	18	6.7	5.0
mval1c	0.00	0.00	0.00	393	27.2	38	19	4.3	4.1
mval2a	0.02	0.00	0.02	409	26.2	35	27	9.2	7.1
mval2b	0.02	0.00	0.02	456	15.4	7	22	8.7	5.7
mval2c	0.02	0.00	0.02	686	31.7	41	38	7.3	6.8
mval3a	0.00	0.00	0.00	138	20.0	6	10	3.8	2.6
mval3b	0.02	0.00	0.02	174	22.5	16	10	3.9	2.2
mval3c	0.02	0.00	0.02	197	18.7	14	8	2.9	2.3
mval4a	0.00	0.02	0.02	691	19.1	29	30	9.2	6.4
mval4b	0.00	0.00	0.00	804	23.7	48	28	9.1	6.0
mval4c	0.02	0.00	0.02	881	39.8	41	35	8.2	5.8
mval4d	0.02	0.00	0.02	1024	37.3	44	33	8.2	6.1
mval5a	0.00	0.00	0.00	803	34.5	23	38	10.9	6.9
mval5b	0.00	0.00	0.00	769	25.4	37	22	7.0	5.1
mval5c	0.02	0.00	0.02	784	12.5	17	31	9.9	6.4
mval5d	0.02	0.00	0.02	949	32.0	43	29	5.3	4.9
mval6a	0.02	0.00	0.02	388	19.0	14	24	8.8	5.7
mval6b	0.00	0.00	0.00	375	18.3	30	22	7.1	5.1
mval6c	0.02	0.00	0.02	471	29.0	41	18	5.3	4.1
mval7a	0.02	0.00	0.02	420	15.4	18	23	11.1	6.7
mval7b	0.02	0.00	0.02	515	25.0	22	30	10.5	7.1
mval7c	0.02	0.00	0.02	537	26.7	31	21	6.0	4.6
mval8a	0.02	0.00	0.02	688	18.4	44	27	7.9	4.8
mval8b	0.02	0.00	0.02	704	32.6	18	25	7.0	4.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	819	32.7	52	28	7.7	6.6
mval9a	0.02	0.02	0.04	528	15.3	34	22	11.3	5.4
mval9b	0.02	0.00	0.02	557	23.0	1	19	5.5	3.6
mval9c	0.00	0.02	0.02	525	22.7	19	19	6.6	3.9
mval9d	0.02	0.00	0.02	649	26.3	51	15	5.5	3.3
mval10a	0.02	0.00	0.02	727	14.7	29	25	8.1	4.7
mval10b	0.00	0.02	0.02	825	24.8	18	26	8.0	4.8
mval10c	0.02	0.00	0.02	709	13.8	7	20	7.8	4.1
mval10d	0.02	0.00	0.02	767	19.3	30	20	6.9	4.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	138.0	12.5	1.0	8.0	2.9	2.2
Máx.	0.02	0.02	0.04	1024.0	39.8	52.0	38.0	11.3	7.1
Méd.	0.01	0.00	0.02	586.3	23.4	27.2	23.5	7.4	5.0

Tabela A.11: Tempos e critérios de avaliação com C1222 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	261	13.5	7	18	5.7	3.9
mval1b	0.00	0.00	0.00	337	29.1	24	18	6.7	5.0
mval1c	0.00	0.00	0.00	467	51.1	51	19	4.3	4.1
mval2a	0.00	0.00	0.00	396	22.2	18	27	9.2	7.1
mval2b	0.00	0.00	0.00	449	13.7	30	22	8.7	5.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	832	59.7	60	38	7.3	6.8
mval3a	0.02	0.00	0.02	139	20.9	1	10	3.8	2.6
mval3b	0.00	0.00	0.00	171	20.4	9	10	3.9	2.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	205	23.5	28	8	2.9	2.3
mval4a	0.02	0.00	0.02	727	25.3	9	30	9.2	6.4
mval4b	0.00	0.00	0.00	867	33.4	53	28	9.1	6.0
mval4c	0.02	0.00	0.02	939	49.0	32	35	8.2	5.8
mval4d	0.02	0.00	0.02	1096	46.9	52	33	8.2	6.1
mval5a	0.00	0.00	0.00	806	35.0	38	38	10.9	6.9
mval5b	0.02	0.00	0.02	798	30.2	15	22	7.0	5.1
mval5c	0.02	0.00	0.02	849	21.8	12	31	9.9	6.4
mval5d	0.02	0.00	0.02	992	38.0	51	29	5.3	4.9
mval6a	0.00	0.00	0.00	415	27.3	23	24	8.8	5.7
mval6b	0.02	0.00	0.02	452	42.6	30	22	7.1	5.1
mval6c	0.02	0.00	0.02	462	26.6	31	18	5.3	4.1
mval7a	0.00	0.00	0.00	458	25.8	14	23	11.1	6.7
mval7b	0.00	0.00	0.00	544	32.0	27	30	10.5	7.1
mval7c	0.00	0.00	0.00	604	42.5	51	21	6.0	4.6
mval8a	0.00	0.00	0.00	735	26.5	17	27	7.9	4.8
mval8b	0.00	0.00	0.00	712	34.1	26	25	7.0	4.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	921	49.3	76	28	7.7	6.6
mval9a	0.00	0.00	0.00	595	29.9	9	22	11.3	5.4
mval9b	0.02	0.00	0.02	566	24.9	7	19	5.5	3.6
mval9c	0.00	0.00	0.00	564	31.8	2	19	6.6	3.9
mval9d	0.02	0.00	0.02	732	42.4	24	15	5.5	3.3
mval10a	0.00	0.00	0.00	773	21.9	9	25	8.1	4.7
mval10b	0.02	0.00	0.02	829	25.4	42	26	8.0	4.8
mval10c	0.02	0.00	0.02	786	26.2	28	20	7.8	4.1
mval10d	0.02	0.00	0.02	850	32.2	29	20	6.9	4.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	139.0	13.5	1.0	8.0	2.9	2.2
Máx.	0.02	0.00	0.02	1096.0	59.7	76.0	38.0	11.3	7.1
Méd.	0.01	0.00	0.01	627.3	31.6	27.5	23.5	7.4	5.0

Tabela A.12: Tempos e critérios de avaliação com C1223 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	269	17.0	15	18	5.7	3.9
mval1b	0.00	0.00	0.00	320	22.6	17	18	6.7	5.0
mval1c	0.00	0.00	0.00	427	38.2	34	19	4.3	4.1
mval2a	0.02	0.00	0.02	378	16.7	0	27	9.2	7.1
mval2b	0.02	0.00	0.02	452	14.4	33	22	8.7	5.7
mval2c	0.02	0.00	0.02	749	43.8	40	38	7.3	6.8
mval3a	0.00	0.00	0.00	140	21.7	0	10	3.8	2.6
mval3b	0.02	0.00	0.02	170	19.7	10	10	3.9	2.2
mval3c	0.02	0.00	0.02	211	27.1	11	8	2.9	2.3
mval4a	0.00	0.00	0.00	714	23.1	8	30	9.2	6.4
mval4b	0.02	0.00	0.02	819	26.0	47	28	9.1	6.0
mval4c	0.00	0.02	0.02	925	46.8	20	35	8.2	5.8
mval4d	0.00	0.00	0.00	1110	48.8	104	33	8.2	6.1
mval5a	0.02	0.00	0.02	775	29.8	49	38	10.9	6.9
mval5b	0.02	0.00	0.02	805	31.3	8	22	7.0	5.1
mval5c	0.00	0.00	0.00	872	25.1	12	31	9.9	6.4
mval5d	0.00	0.00	0.00	1042	44.9	30	29	5.3	4.9
mval6a	0.02	0.00	0.02	386	18.4	10	24	8.8	5.7
mval6b	0.02	0.00	0.02	414	30.6	27	22	7.1	5.1
mval6c	0.00	0.00	0.00	496	35.9	44	18	5.3	4.1
mval7a	0.00	0.00	0.00	434	19.2	34	23	11.1	6.7
mval7b	0.00	0.00	0.00	543	31.8	26	30	10.5	7.1
mval7c	0.02	0.00	0.02	576	35.8	35	21	6.0	4.6
mval8a	0.02	0.00	0.02	725	24.8	17	27	7.9	4.8
mval8b	0.02	0.00	0.02	744	40.1	34	25	7.0	4.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	882	42.9	59	28	7.7	6.6
mval9a	0.00	0.00	0.00	586	27.9	0	22	11.3	5.4
mval9b	0.02	0.00	0.02	566	24.9	2	19	5.5	3.6
mval9c	0.00	0.00	0.00	573	33.9	32	19	6.6	3.9
mval9d	0.02	0.00	0.02	702	36.6	38	15	5.5	3.3
mval10a	0.00	0.00	0.00	779	22.9	21	25	8.1	4.7
mval10b	0.02	0.00	0.02	790	19.5	24	26	8.0	4.8
mval10c	0.00	0.00	0.00	800	28.4	27	20	7.8	4.1
mval10d	0.02	0.00	0.02	870	35.3	0	20	6.9	4.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	140.0	14.4	0.0	8.0	2.9	2.2
Máx.	0.02	0.02	0.02	1110.0	48.8	104.0	38.0	11.3	7.1
Méd.	0.01	0.00	0.01	618.9	29.6	25.5	23.5	7.4	5.0

Tabela A.13: Tempos e critérios de avaliação com C2111 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	281	22.2	7	18	7.6	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	312	19.5	12	24	8.4	6.3
mval1c	0.00	0.00	0.00	406	31.4	28	19	5.3	4.0
mval2a	0.02	0.00	0.02	397	22.5	7	30	10.7	9.0
mval2b	0.02	0.00	0.02	498	26.1	35	34	9.5	6.6
mval2c	0.02	0.00	0.02	647	24.2	132	37	7.1	6.1
mval3a	0.00	0.00	0.00	129	12.2	15	12	5.0	3.3
mval3b	0.00	0.02	0.02	159	12.0	15	12	6.4	3.2
mval3c	0.02	0.00	0.02	182	9.6	9	12	3.0	2.8
mval4a	0.00	0.00	0.00	669	15.3	91	27	11.6	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	777	19.5	51	38	13.6	7.9
mval4c	0.00	0.00	0.00	817	29.7	55	36	9.5	6.6
mval4d	0.00	0.00	0.00	1051	40.9	56	38	8.9	7.2
mval5a	0.02	0.00	0.02	715	19.8	29	32	12.5	8.2
mval5b	0.02	0.00	0.02	750	22.3	37	30	8.5	6.9
mval5c	0.00	0.00	0.00	808	15.9	33	32	15.5	8.5
mval5d	0.00	0.00	0.00	901	25.3	74	25	6.0	5.0
mval6a	0.02	0.00	0.02	394	20.9	2	31	10.8	7.3
mval6b	0.00	0.00	0.00	404	27.4	14	27	7.1	5.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	434	18.9	53	15	5.3	4.3
mval7a	0.02	0.00	0.02	394	8.2	10	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	519	26.0	23	28	10.7	7.5
mval7c	0.02	0.00	0.02	493	16.3	16	25	8.3	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	700	20.5	34	28	7.8	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	678	27.7	45	28	6.9	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	797	29.2	36	30	8.5	6.6
mval9a	0.02	0.00	0.02	512	11.8	10	25	11.7	5.7
mval9b	0.02	0.00	0.02	546	20.5	39	24	8.7	5.8
mval9c	0.00	0.00	0.00	537	25.5	38	24	8.2	5.7
mval9d	0.02	0.00	0.02	611	18.9	42	21	6.6	4.3
mval10a	0.00	0.02	0.02	709	11.8	43	25	11.5	6.3
mval10b	0.02	0.00	0.02	767	16.0	64	31	9.8	5.8
mval10c	0.02	0.00	0.02	717	15.1	44	24	9.2	5.4
mval10d	0.02	0.00	0.02	724	12.6	60	21	9.0	4.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	129.0	8.2	2.0	12.0	3.0	2.8
Máx.	0.02	0.02	0.02	1051.0	40.9	132.0	38.0	15.5	9.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	571.6	20.5	37.0	26.2	8.8	6.0

Tabela A.14: Tempos e critérios de avaliação com C2111 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	281	22.2	7	18	7.6	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	312	19.5	12	24	8.4	6.3
mval1c	0.00	0.00	0.00	406	31.4	28	19	5.3	4.0
mval2a	0.02	0.00	0.02	397	22.5	7	30	10.7	9.0
mval2b	0.02	0.00	0.02	498	26.1	35	34	9.5	6.6
mval2c	0.02	0.00	0.02	647	24.2	132	37	7.1	6.1
mval3a	0.00	0.00	0.00	129	12.2	15	12	5.0	3.3
mval3b	0.00	0.02	0.02	159	12.0	15	12	6.4	3.2
mval3c	0.02	0.00	0.02	182	9.6	9	12	3.0	2.8
mval4a	0.00	0.00	0.00	669	15.3	91	27	11.6	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	777	19.5	51	38	13.6	7.9
mval4c	0.00	0.00	0.00	817	29.7	55	36	9.5	6.6
mval4d	0.00	0.00	0.00	1051	40.9	56	38	8.9	7.2
mval5a	0.02	0.00	0.02	715	19.8	29	32	12.5	8.2
mval5b	0.02	0.00	0.02	750	22.3	37	30	8.5	6.9
mval5c	0.00	0.00	0.00	808	15.9	33	32	15.5	8.5
mval5d	0.00	0.00	0.00	901	25.3	74	25	6.0	5.0
mval6a	0.02	0.00	0.02	394	20.9	2	31	10.8	7.3
mval6b	0.00	0.00	0.00	404	27.4	14	27	7.1	5.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	434	18.9	53	15	5.3	4.3
mval7a	0.02	0.00	0.02	394	8.2	10	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	519	26.0	23	28	10.7	7.5
mval7c	0.02	0.00	0.02	493	16.3	16	25	8.3	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	700	20.5	34	28	7.8	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	678	27.7	45	28	6.9	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	797	29.2	36	30	8.5	6.6
mval9a	0.02	0.00	0.02	512	11.8	10	25	11.7	5.7
mval9b	0.02	0.00	0.02	546	20.5	39	24	8.7	5.8
mval9c	0.00	0.00	0.00	537	25.5	38	24	8.2	5.7
mval9d	0.02	0.00	0.02	611	18.9	42	21	6.6	4.3
mval10a	0.00	0.02	0.02	709	11.8	43	25	11.5	6.3
mval10b	0.02	0.00	0.02	767	16.0	64	31	9.8	5.8
mval10c	0.02	0.00	0.02	717	15.1	44	24	9.2	5.4
mval10d	0.02	0.00	0.02	724	12.6	60	21	9.0	4.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	129.0	8.2	2.0	12.0	3.0	2.8
Máx.	0.02	0.02	0.02	1051.0	40.9	132.0	38.0	15.5	9.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	571.6	20.5	37.0	26.2	8.8	6.0

Tabela A.15: Tempos e critérios de avaliação com C2112 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	253	10.0	1	18	7.6	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	322	23.4	36	24	8.4	6.3
mval1c	0.02	0.00	0.02	450	45.6	53	19	5.3	4.0
mval2a	0.02	0.00	0.02	378	16.7	8	30	10.7	9.0
mval2b	0.02	0.00	0.02	502	27.1	57	34	9.5	6.6
mval2c	0.02	0.00	0.02	705	35.3	138	37	7.1	6.1
mval3a	0.00	0.00	0.00	138	20.0	6	12	5.0	3.3
mval3b	0.00	0.00	0.00	178	25.4	22	12	6.4	3.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	226	36.1	12	12	3.0	2.8
mval4a	0.02	0.00	0.02	718	23.8	68	27	11.6	6.3
mval4b	0.00	0.00	0.00	846	30.2	101	38	13.6	7.9
mval4c	0.00	0.00	0.00	879	39.5	94	36	9.5	6.6
mval4d	0.02	0.00	0.02	1169	56.7	55	38	8.9	7.2
mval5a	0.00	0.00	0.00	749	25.5	41	32	12.5	8.2
mval5b	0.00	0.00	0.00	818	33.4	40	30	8.5	6.9
mval5c	0.02	0.00	0.02	916	31.4	28	32	15.5	8.5
mval5d	0.02	0.00	0.02	999	38.9	108	25	6.0	5.0
mval6a	0.00	0.00	0.00	412	26.4	10	31	10.8	7.3
mval6b	0.02	0.00	0.02	431	36.0	12	27	7.1	5.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	513	40.5	65	15	5.3	4.3
mval7a	0.00	0.00	0.00	431	18.4	3	27	10.9	8.0
mval7b	0.00	0.00	0.00	537	30.3	45	28	10.7	7.5
mval7c	0.00	0.00	0.00	645	52.1	48	25	8.3	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	735	26.5	27	28	7.8	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	736	38.6	42	28	6.9	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	945	53.2	58	30	8.5	6.6
mval9a	0.02	0.00	0.02	561	22.5	11	25	11.7	5.7
mval9b	0.02	0.00	0.02	666	47.0	72	24	8.7	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	563	31.5	49	24	8.2	5.7
mval9d	0.00	0.00	0.00	711	38.3	62	21	6.6	4.3
mval10a	0.02	0.00	0.02	765	20.7	41	25	11.5	6.3
mval10b	0.00	0.00	0.00	823	24.5	74	31	9.8	5.8
mval10c	0.02	0.00	0.02	821	31.8	36	24	9.2	5.4
mval10d	0.00	0.02	0.02	827	28.6	44	21	9.0	4.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	138.0	10.0	1.0	12.0	3.0	2.8
Máx.	0.02	0.02	0.02	1169.0	56.7	138.0	38.0	15.5	9.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	628.5	31.9	46.1	26.2	8.8	6.0

Tabela A.16: Tempos e critérios de avaliação com C2113 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	259	12.6	5	18	7.6	5.3
mval1b	0.02	0.00	0.02	312	19.5	32	24	8.4	6.3
mval1c	0.00	0.00	0.00	400	29.4	34	19	5.3	4.0
mval2a	0.00	0.00	0.00	379	17.0	9	30	10.7	9.0
mval2b	0.00	0.00	0.00	502	27.1	57	34	9.5	6.6
mval2c	0.00	0.00	0.00	714	37.0	95	37	7.1	6.1
mval3a	0.02	0.00	0.02	148	28.7	4	12	5.0	3.3
mval3b	0.00	0.00	0.00	167	17.6	11	12	6.4	3.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	205	23.5	6	12	3.0	2.8
mval4a	0.02	0.00	0.02	726	25.2	24	27	11.6	6.3
mval4b	0.00	0.00	0.00	819	26.0	70	38	13.6	7.9
mval4c	0.02	0.00	0.02	871	38.3	60	36	9.5	6.6
mval4d	0.00	0.00	0.00	1168	56.6	41	38	8.9	7.2
mval5a	0.00	0.00	0.00	716	19.9	52	32	12.5	8.2
mval5b	0.02	0.00	0.02	830	35.4	25	30	8.5	6.9
mval5c	0.02	0.00	0.02	905	29.8	34	32	15.5	8.5
mval5d	0.00	0.00	0.00	955	32.8	96	25	6.0	5.0
mval6a	0.00	0.00	0.00	378	16.0	48	31	10.8	7.3
mval6b	0.02	0.00	0.02	421	32.8	10	27	7.1	5.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	492	34.8	33	15	5.3	4.3
mval7a	0.00	0.00	0.00	406	11.5	26	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	547	32.8	49	28	10.7	7.5
mval7c	0.02	0.00	0.02	604	42.5	24	25	8.3	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	750	29.1	28	28	7.8	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	724	36.3	52	28	6.9	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	897	45.4	65	30	8.5	6.6
mval9a	0.02	0.00	0.02	571	24.7	35	25	11.7	5.7
mval9b	0.02	0.00	0.02	601	32.7	81	24	8.7	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	588	37.4	50	24	8.2	5.7
mval9d	0.00	0.02	0.02	694	35.0	56	21	6.6	4.3
mval10a	0.02	0.00	0.02	758	19.6	86	25	11.5	6.3
mval10b	0.00	0.00	0.00	813	23.0	57	31	9.8	5.8
mval10c	0.02	0.00	0.02	806	29.4	38	24	9.2	5.4
mval10d	0.02	0.00	0.02	857	33.3	44	21	9.0	4.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	148.0	11.5	4.0	12.0	3.0	2.8
Máx.	0.02	0.02	0.02	1168.0	56.6	96.0	38.0	15.5	9.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	617.1	29.2	42.3	26.2	8.8	6.0

Tabela A.17: Tempos e critérios de avaliação com C2121 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.02	0.02	268	16.5	0	19	7.3	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	306	17.2	11	18	6.7	5.0
mval1c	0.00	0.00	0.00	420	35.9	35	22	3.3	3.8
mval2a	0.02	0.00	0.02	400	23.5	20	28	10.5	8.7
mval2b	0.02	0.00	0.02	470	19.0	17	30	7.4	5.9
mval2c	0.02	0.00	0.02	611	17.3	123	37	7.5	7.4
mval3a	0.00	0.00	0.00	134	16.5	6	12	4.6	3.0
mval3b	0.00	0.00	0.00	171	20.4	21	15	6.5	3.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	191	15.1	4	12	3.0	2.7
mval4a	0.02	0.00	0.02	673	16.0	55	30	12.0	6.6
mval4b	0.00	0.02	0.02	780	20.0	49	39	11.7	8.3
mval4c	0.00	0.00	0.00	876	39.0	55	38	8.0	5.4
mval4d	0.02	0.00	0.02	1033	38.5	135	35	7.6	5.7
mval5a	0.00	0.00	0.00	763	27.8	15	30	11.8	7.7
mval5b	0.00	0.00	0.00	745	21.5	44	27	7.1	6.0
mval5c	0.02	0.00	0.02	786	12.8	61	28	11.1	6.9
mval5d	0.00	0.00	0.00	968	34.6	76	29	5.7	6.0
mval6a	0.00	0.00	0.00	382	17.2	26	31	9.6	6.5
mval6b	0.02	0.00	0.02	376	18.6	20	22	6.6	4.8
mval6c	0.00	0.00	0.00	428	17.3	40	20	5.2	4.5
mval7a	0.00	0.00	0.00	406	11.5	10	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	492	19.4	3	28	9.8	7.4
mval7c	0.02	0.00	0.02	518	22.2	26	27	7.9	6.8
mval8a	0.02	0.00	0.02	677	16.5	65	29	7.3	6.0
mval8b	0.02	0.00	0.02	674	26.9	25	31	5.9	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	806	30.6	66	27	6.1	5.5
mval9a	0.02	0.00	0.02	509	11.1	1	21	11.4	5.8
mval9b	0.00	0.02	0.02	577	27.4	45	25	8.1	5.7
mval9c	0.02	0.00	0.02	526	22.9	22	25	7.6	5.4
mval9d	0.00	0.00	0.00	616	19.8	36	21	6.3	4.0
mval10a	0.02	0.00	0.02	760	19.9	6	23	10.6	5.2
mval10b	0.00	0.00	0.00	780	18.0	44	22	8.1	4.3
mval10c	0.02	0.00	0.02	725	16.4	81	21	7.9	4.2
mval10d	0.00	0.02	0.02	760	18.2	39	19	8.7	4.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	134.0	11.1	0.0	12.0	3.0	2.7
Máx.	0.02	0.02	0.02	1033.0	39.0	135.0	39.0	12.0	8.7
Méd.	0.01	0.00	0.01	576.7	21.3	37.7	25.5	7.9	5.7

Tabela A.18: Tempos e critérios de avaliação com C2122 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	264	14.8	2	19	7.3	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	340	30.3	14	18	6.7	5.0
mval1c	0.02	0.00	0.02	441	42.7	46	22	3.3	3.8
mval2a	0.00	0.00	0.00	375	15.7	9	28	10.5	8.7
mval2b	0.00	0.00	0.00	438	10.9	41	30	7.4	5.9
mval2c	0.00	0.00	0.00	715	37.2	94	37	7.5	7.4
mval3a	0.02	0.00	0.02	148	28.7	12	12	4.6	3.0
mval3b	0.00	0.00	0.00	177	24.6	19	15	6.5	3.6
mval3c	0.00	0.00	0.00	205	23.5	12	12	3.0	2.7
mval4a	0.02	0.00	0.02	714	23.1	40	30	12.0	6.6
mval4b	0.00	0.00	0.00	896	37.8	83	39	11.7	8.3
mval4c	0.02	0.00	0.02	927	47.1	38	38	8.0	5.4
mval4d	0.00	0.00	0.00	1031	38.2	107	35	7.6	5.7
mval5a	0.02	0.00	0.02	764	28.0	44	30	11.8	7.7
mval5b	0.00	0.00	0.00	797	30.0	54	27	7.1	6.0
mval5c	0.00	0.00	0.00	854	22.5	79	28	11.1	6.9
mval5d	0.02	0.00	0.02	935	30.0	65	29	5.7	6.0
mval6a	0.00	0.00	0.00	405	24.2	13	31	9.6	6.5
mval6b	0.00	0.00	0.00	405	27.8	53	22	6.6	4.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	526	44.1	56	20	5.2	4.5
mval7a	0.00	0.00	0.00	421	15.7	51	27	10.9	8.0
mval7b	0.00	0.00	0.00	546	32.5	13	28	9.8	7.4
mval7c	0.02	0.00	0.02	681	60.6	66	27	7.9	6.8
mval8a	0.02	0.00	0.02	709	22.0	55	29	7.3	6.0
mval8b	0.02	0.00	0.02	711	33.9	45	31	5.9	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	897	45.4	38	27	6.1	5.5
mval9a	0.02	0.00	0.02	537	17.2	7	21	11.4	5.8
mval9b	0.02	0.00	0.02	582	28.5	13	25	8.1	5.7
mval9c	0.00	0.00	0.00	570	33.2	41	25	7.6	5.4
mval9d	0.02	0.00	0.02	707	37.5	46	21	6.3	4.0
mval10a	0.02	0.00	0.02	762	20.2	26	23	10.6	5.2
mval10b	0.00	0.00	0.00	786	18.9	28	22	8.1	4.3
mval10c	0.02	0.00	0.02	765	22.8	80	21	7.9	4.2
mval10d	0.00	0.00	0.00	914	42.1	36	19	8.7	4.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	148.0	10.9	2.0	12.0	3.0	2.7
Máx.	0.02	0.00	0.02	1031.0	60.6	107.0	39.0	12.0	8.7
Méd.	0.01	0.00	0.01	616.0	29.8	41.9	25.5	7.9	5.7

Tabela A.19: Tempos e critérios de avaliação com C2123 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	278	20.9	12	19	7.3	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	340	30.3	9	18	6.7	5.0
mval1c	0.00	0.00	0.00	454	46.9	40	22	3.3	3.8
mval2a	0.00	0.00	0.00	382	17.9	2	28	10.5	8.7
mval2b	0.00	0.00	0.00	438	10.9	41	30	7.4	5.9
mval2c	0.00	0.00	0.00	691	32.6	129	37	7.5	7.4
mval3a	0.00	0.00	0.00	165	43.5	5	12	4.6	3.0
mval3b	0.02	0.00	0.02	154	8.5	4	15	6.5	3.6
mval3c	0.02	0.00	0.02	208	25.3	14	12	3.0	2.7
mval4a	0.00	0.00	0.00	736	26.9	30	30	12.0	6.6
mval4b	0.02	0.00	0.02	830	27.7	72	39	11.7	8.3
mval4c	0.00	0.00	0.00	864	37.1	54	38	8.0	5.4
mval4d	0.02	0.00	0.02	1162	55.8	181	35	7.6	5.7
mval5a	0.02	0.00	0.02	724	21.3	20	30	11.8	7.7
mval5b	0.00	0.00	0.00	778	26.9	30	27	7.1	6.0
mval5c	0.02	0.00	0.02	862	23.7	46	28	11.1	6.9
mval5d	0.02	0.00	0.02	966	34.4	74	29	5.7	6.0
mval6a	0.00	0.00	0.00	388	19.0	6	31	9.6	6.5
mval6b	0.02	0.00	0.02	391	23.3	40	22	6.6	4.8
mval6c	0.00	0.00	0.00	496	35.9	36	20	5.2	4.5
mval7a	0.00	0.00	0.00	421	15.7	51	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	516	25.2	13	28	9.8	7.4
mval7c	0.02	0.00	0.02	619	46.0	41	27	7.9	6.8
mval8a	0.02	0.00	0.02	705	21.3	21	29	7.3	6.0
mval8b	0.02	0.00	0.02	682	28.4	26	31	5.9	5.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	847	37.3	51	27	6.1	5.5
mval9a	0.02	0.00	0.02	558	21.8	18	21	11.4	5.8
mval9b	0.02	0.00	0.02	579	27.8	34	25	8.1	5.7
mval9c	0.00	0.00	0.00	579	35.3	19	25	7.6	5.4
mval9d	0.02	0.00	0.02	669	30.2	55	21	6.3	4.0
mval10a	0.02	0.00	0.02	775	22.2	87	23	10.6	5.2
mval10b	0.00	0.00	0.00	777	17.5	32	22	8.1	4.3
mval10c	0.02	0.00	0.02	794	27.4	122	21	7.9	4.2
mval10d	0.00	0.00	0.00	880	36.9	60	19	8.7	4.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	154.0	8.5	2.0	12.0	3.0	2.7
Máx.	0.02	0.00	0.02	1162.0	55.8	181.0	39.0	12.0	8.7
Méd.	0.01	0.00	0.01	609.1	28.3	43.4	25.5	7.9	5.7

Tabela A.20: Tempos e critérios de avaliação com C2211 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	264	14.8	6	17	7.3	5.1
mval1b	0.00	0.00	0.00	318	21.8	8	18	7.1	5.4
mval1c	0.00	0.00	0.00	392	26.9	16	18	3.8	4.0
mval2a	0.00	0.00	0.00	403	24.4	17	34	10.8	9.6
mval2b	0.00	0.00	0.00	498	26.1	33	31	8.4	5.9
mval2c	0.00	0.00	0.00	635	21.9	17	32	7.0	6.1
mval3a	0.00	0.02	0.02	139	20.9	7	12	4.9	2.8
mval3b	0.00	0.00	0.00	164	15.5	8	12	6.4	3.1
mval3c	0.00	0.00	0.00	181	9.0	4	12	2.9	2.6
mval4a	0.02	0.00	0.02	685	18.1	9	27	11.5	6.3
mval4b	0.00	0.02	0.02	777	19.5	45	38	15.7	8.4
mval4c	0.00	0.00	0.00	827	31.3	18	36	9.2	5.9
mval4d	0.02	0.00	0.02	1079	44.6	43	38	9.4	7.1
mval5a	0.02	0.00	0.02	727	21.8	15	30	12.3	7.8
mval5b	0.02	0.00	0.02	734	19.7	38	25	7.9	6.5
mval5c	0.02	0.00	0.02	792	13.6	7	31	11.5	7.3
mval5d	0.02	0.00	0.02	913	27.0	40	27	5.9	4.9
mval6a	0.00	0.00	0.00	402	23.3	10	29	11.6	7.3
mval6b	0.02	0.00	0.02	372	17.4	12	24	7.3	5.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	442	21.1	33	17	5.1	4.0
mval7a	0.02	0.00	0.02	409	12.4	29	27	11.0	8.1
mval7b	0.02	0.00	0.02	545	32.3	20	28	10.3	7.3
mval7c	0.02	0.00	0.02	511	20.5	26	27	8.0	6.6
mval8a	0.02	0.00	0.02	688	18.4	28	28	8.0	6.1
mval8b	0.02	0.00	0.02	677	27.5	28	28	6.8	5.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	813	31.8	44	30	8.1	6.5
mval9a	0.02	0.00	0.02	524	14.4	28	27	11.8	5.8
mval9b	0.02	0.00	0.02	566	24.9	48	23	8.3	5.7
mval9c	0.02	0.00	0.02	538	25.7	33	25	8.1	5.6
mval9d	0.02	0.00	0.02	621	20.8	22	21	6.4	4.1
mval10a	0.02	0.00	0.02	700	10.4	4	25	11.8	6.0
mval10b	0.02	0.00	0.02	779	17.9	26	27	8.4	4.6
mval10c	0.00	0.02	0.02	709	13.8	5	24	9.4	5.4
mval10d	0.02	0.00	0.02	754	17.3	67	25	9.4	4.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	139.0	9.0	4.0	12.0	2.9	2.6
Máx.	0.02	0.02	0.02	1079.0	44.6	67.0	38.0	15.7	9.6
Méd.	0.01	0.00	0.01	575.8	21.4	23.4	25.7	8.6	5.8

Tabela A.21: Tempos e critérios de avaliação com C2212 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	261	13.5	7	17	7.3	5.1
mval1b	0.02	0.00	0.02	354	35.6	5	18	7.1	5.4
mval1c	0.02	0.00	0.02	436	41.1	55	18	3.8	4.0
mval2a	0.00	0.02	0.02	367	13.3	5	34	10.8	9.6
mval2b	0.00	0.00	0.00	544	37.7	63	31	8.4	5.9
mval2c	0.02	0.00	0.02	756	45.1	65	32	7.0	6.1
mval3a	0.00	0.00	0.00	135	17.4	1	12	4.9	2.8
mval3b	0.00	0.00	0.00	187	31.7	3	12	6.4	3.1
mval3c	0.02	0.00	0.02	203	22.3	14	12	2.9	2.6
mval4a	0.00	0.00	0.00	766	32.1	30	27	11.5	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	914	40.6	30	38	15.7	8.4
mval4c	0.02	0.00	0.02	913	44.9	46	36	9.2	5.9
mval4d	0.00	0.00	0.00	1136	52.3	78	38	9.4	7.1
mval5a	0.02	0.00	0.02	734	22.9	28	30	12.3	7.8
mval5b	0.02	0.00	0.02	816	33.1	64	25	7.9	6.5
mval5c	0.02	0.00	0.02	858	23.1	27	31	11.5	7.3
mval5d	0.02	0.00	0.02	1014	41.0	47	27	5.9	4.9
mval6a	0.00	0.00	0.00	440	35.0	30	29	11.6	7.3
mval6b	0.02	0.00	0.02	388	22.4	40	24	7.3	5.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	512	40.3	37	17	5.1	4.0
mval7a	0.02	0.00	0.02	417	14.6	13	27	11.0	8.1
mval7b	0.02	0.00	0.02	583	41.5	38	28	10.3	7.3
mval7c	0.02	0.00	0.02	596	40.6	34	27	8.0	6.6
mval8a	0.02	0.00	0.02	746	28.4	12	28	8.0	6.1
mval8b	0.02	0.00	0.02	685	29.0	34	28	6.8	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	946	53.3	91	30	8.1	6.5
mval9a	0.02	0.00	0.02	560	22.3	38	27	11.8	5.8
mval9b	0.02	0.00	0.02	625	38.0	52	23	8.3	5.7
mval9c	0.00	0.00	0.00	579	35.3	33	25	8.1	5.6
mval9d	0.02	0.00	0.02	701	36.4	28	21	6.4	4.1
mval10a	0.02	0.00	0.02	764	20.5	6	25	11.8	6.0
mval10b	0.02	0.00	0.02	812	22.8	36	27	8.4	4.6
mval10c	0.02	0.00	0.02	813	30.5	17	24	9.4	5.4
mval10d	0.02	0.00	0.02	853	32.7	75	25	9.4	4.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	135.0	13.3	1.0	12.0	2.9	2.6
Máx.	0.02	0.02	0.02	1136.0	53.3	91.0	38.0	15.7	9.6
Méd.	0.01	0.00	0.02	629.8	32.1	34.8	25.7	8.6	5.8

Tabela A.22: Tempos e critérios de avaliação com C2213 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	265	15.2	11	17	7.3	5.1
mval1b	0.02	0.00	0.02	348	33.3	11	18	7.1	5.4
mval1c	0.02	0.00	0.02	387	25.2	16	18	3.8	4.0
mval2a	0.00	0.00	0.00	367	13.3	5	34	10.8	9.6
mval2b	0.00	0.00	0.00	566	43.3	48	31	8.4	5.9
mval2c	0.00	0.00	0.00	716	37.4	80	32	7.0	6.1
mval3a	0.02	0.00	0.02	140	21.7	6	12	4.9	2.8
mval3b	0.00	0.00	0.00	194	36.6	10	12	6.4	3.1
mval3c	0.02	0.00	0.02	207	24.7	3	12	2.9	2.6
mval4a	0.02	0.00	0.02	741	27.8	55	27	11.5	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	889	36.8	13	38	15.7	8.4
mval4c	0.02	0.00	0.02	889	41.1	25	36	9.2	5.9
mval4d	0.00	0.00	0.00	1158	55.2	92	38	9.4	7.1
mval5a	0.02	0.00	0.02	734	22.9	12	30	12.3	7.8
mval5b	0.02	0.00	0.02	830	35.4	66	25	7.9	6.5
mval5c	0.02	0.00	0.02	868	24.5	13	31	11.5	7.3
mval5d	0.02	0.00	0.02	1011	40.6	40	27	5.9	4.9
mval6a	0.00	0.00	0.00	401	23.0	5	29	11.6	7.3
mval6b	0.00	0.00	0.00	380	19.9	20	24	7.3	5.8
mval6c	0.02	0.00	0.02	492	34.8	24	17	5.1	4.0
mval7a	0.02	0.00	0.02	407	11.8	9	27	11.0	8.1
mval7b	0.02	0.00	0.02	574	39.3	34	28	10.3	7.3
mval7c	0.02	0.00	0.02	589	38.9	27	27	8.0	6.6
mval8a	0.02	0.00	0.02	733	26.2	1	28	8.0	6.1
mval8b	0.02	0.00	0.02	742	39.7	25	28	6.8	5.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	889	44.1	64	30	8.1	6.5
mval9a	0.02	0.00	0.02	568	24.0	22	27	11.8	5.8
mval9b	0.02	0.00	0.02	593	30.9	52	23	8.3	5.7
mval9c	0.02	0.00	0.02	602	40.7	30	25	8.1	5.6
mval9d	0.02	0.00	0.02	690	34.2	33	21	6.4	4.1
mval10a	0.02	0.00	0.02	771	21.6	13	25	11.8	6.0
mval10b	0.02	0.00	0.02	815	23.3	47	27	8.4	4.6
mval10c	0.02	0.00	0.02	828	32.9	11	24	9.4	5.4
mval10d	0.02	0.00	0.02	863	34.2	56	25	9.4	4.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	140.0	11.8	1.0	12.0	2.9	2.6
Máx.	0.02	0.00	0.02	1158.0	55.2	92.0	38.0	15.7	9.6
Méd.	0.02	0.00	0.02	624.9	31.0	28.8	25.7	8.6	5.8

Tabela A.23: Tempos e critérios de avaliação com C2221 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	270	17.4	10	19	7.4	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	300	14.9	17	18	6.7	5.0
mval1c	0.00	0.00	0.00	429	38.8	19	20	3.8	3.5
mval2a	0.00	0.00	0.00	403	24.4	17	34	10.8	9.6
mval2b	0.02	0.00	0.02	471	19.2	22	29	7.5	6.0
mval2c	0.02	0.00	0.02	697	33.8	43	23	6.1	4.7
mval3a	0.00	0.00	0.00	135	17.4	13	12	4.8	2.9
mval3b	0.02	0.00	0.02	160	12.7	10	15	6.5	3.3
mval3c	0.00	0.00	0.00	200	20.5	15	12	3.2	2.8
mval4a	0.00	0.02	0.02	675	16.4	3	30	11.4	6.3
mval4b	0.00	0.00	0.00	800	23.1	37	39	11.3	7.8
mval4c	0.02	0.00	0.02	844	34.0	38	32	8.5	5.4
mval4d	0.02	0.00	0.02	1034	38.6	63	35	8.6	6.9
mval5a	0.00	0.00	0.00	771	29.1	7	31	11.7	7.5
mval5b	0.00	0.00	0.00	740	20.7	47	27	7.4	6.0
mval5c	0.02	0.00	0.02	806	15.6	39	28	11.3	7.0
mval5d	0.02	0.00	0.02	913	27.0	33	21	5.3	5.0
mval6a	0.02	0.00	0.02	381	16.9	15	27	8.9	6.0
mval6b	0.00	0.00	0.00	375	18.3	30	22	7.2	5.2
mval6c	0.02	0.00	0.02	460	26.0	27	20	5.3	4.5
mval7a	0.02	0.00	0.02	397	9.1	35	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	504	22.3	11	28	9.8	7.4
mval7c	0.02	0.00	0.02	544	28.3	19	25	7.8	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	706	21.5	2	29	7.1	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	659	24.1	18	28	6.1	5.3
mval8c	0.02	0.00	0.02	832	34.8	72	27	6.5	4.9
mval9a	0.00	0.02	0.02	524	14.4	10	29	11.6	6.1
mval9b	0.02	0.00	0.02	571	26.0	35	27	7.9	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	510	19.2	18	28	7.7	5.6
mval9d	0.00	0.00	0.00	631	22.8	30	20	6.8	4.1
mval10a	0.02	0.00	0.02	756	19.2	0	23	10.6	5.2
mval10b	0.02	0.00	0.02	805	21.8	20	22	8.2	4.3
mval10c	0.00	0.02	0.02	719	15.4	19	20	7.8	4.0
mval10d	0.02	0.00	0.02	752	17.0	12	20	8.3	4.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	135.0	9.1	0.0	12.0	3.2	2.8
Máx.	0.02	0.02	0.02	1034.0	38.8	72.0	39.0	11.7	9.6
Méd.	0.01	0.00	0.01	581.6	22.4	23.7	24.9	8.0	5.5

Tabela A.24: Tempos e critérios de avaliação com C2222 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	264	14.8	6	19	7.4	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	337	29.1	24	18	6.7	5.0
mval1c	0.02	0.00	0.02	473	53.1	39	20	3.8	3.5
mval2a	0.02	0.00	0.02	367	13.3	5	34	10.8	9.6
mval2b	0.02	0.00	0.02	448	13.4	26	29	7.5	6.0
mval2c	0.02	0.00	0.02	760	45.9	63	23	6.1	4.7
mval3a	0.00	0.00	0.00	147	27.8	19	12	4.8	2.9
mval3b	0.02	0.00	0.02	178	25.4	20	15	6.5	3.3
mval3c	0.02	0.00	0.02	223	34.3	20	12	3.2	2.8
mval4a	0.00	0.00	0.00	712	22.8	76	30	11.4	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	888	36.6	65	39	11.3	7.8
mval4c	0.00	0.00	0.00	923	46.5	29	32	8.5	5.4
mval4d	0.00	0.00	0.00	1169	56.7	77	35	8.6	6.9
mval5a	0.02	0.00	0.02	757	26.8	5	31	11.7	7.5
mval5b	0.02	0.00	0.02	808	31.8	69	27	7.4	6.0
mval5c	0.00	0.00	0.00	846	21.4	38	28	11.3	7.0
mval5d	0.00	0.00	0.00	931	29.5	59	21	5.3	5.0
mval6a	0.02	0.00	0.02	403	23.6	3	27	8.9	6.0
mval6b	0.00	0.00	0.00	452	42.6	30	22	7.2	5.2
mval6c	0.00	0.00	0.00	536	46.8	48	20	5.3	4.5
mval7a	0.02	0.00	0.02	416	14.3	18	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	555	34.7	20	28	9.8	7.4
mval7c	0.02	0.00	0.02	657	55.0	23	25	7.8	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	726	25.0	0	29	7.1	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	731	37.7	44	28	6.1	5.3
mval8c	0.02	0.00	0.02	886	43.6	92	27	6.5	4.9
mval9a	0.02	0.00	0.02	571	24.7	61	29	11.6	6.1
mval9b	0.02	0.00	0.02	608	34.2	4	27	7.9	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	580	35.5	27	28	7.7	5.6
mval9d	0.02	0.00	0.02	740	44.0	48	20	6.8	4.1
mval10a	0.02	0.00	0.02	748	18.0	2	23	10.6	5.2
mval10b	0.02	0.00	0.02	812	22.8	25	22	8.2	4.3
mval10c	0.02	0.00	0.02	790	26.8	10	20	7.8	4.0
mval10d	0.02	0.00	0.02	844	31.3	12	20	8.3	4.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	147.0	13.3	0.0	12.0	3.2	2.8
Máx.	0.02	0.00	0.02	1169.0	56.7	92.0	39.0	11.7	9.6
Méd.	0.01	0.00	0.01	626.1	32.0	32.6	24.9	8.0	5.5

Tabela A.25: Tempos e critérios de avaliação com C2223 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	290	26.1	32	19	7.4	5.3
mval1b	0.00	0.00	0.00	320	22.6	17	18	6.7	5.0
mval1c	0.02	0.00	0.02	453	46.6	27	20	3.8	3.5
mval2a	0.02	0.00	0.02	367	13.3	5	34	10.8	9.6
mval2b	0.00	0.00	0.00	458	15.9	36	29	7.5	6.0
mval2c	0.02	0.00	0.02	769	47.6	52	23	6.1	4.7
mval3a	0.00	0.00	0.00	151	31.3	15	12	4.8	2.9
mval3b	0.00	0.00	0.00	163	14.8	11	15	6.5	3.3
mval3c	0.02	0.00	0.02	213	28.3	18	12	3.2	2.8
mval4a	0.00	0.00	0.00	728	25.5	76	30	11.4	6.3
mval4b	0.02	0.00	0.02	840	29.2	45	39	11.3	7.8
mval4c	0.00	0.00	0.00	895	42.1	31	32	8.5	5.4
mval4d	0.00	0.00	0.00	1187	59.1	76	35	8.6	6.9
mval5a	0.02	0.00	0.02	776	30.0	2	31	11.7	7.5
mval5b	0.02	0.00	0.02	758	23.7	39	27	7.4	6.0
mval5c	0.00	0.00	0.00	865	24.1	74	28	11.3	7.0
mval5d	0.00	0.00	0.00	965	34.2	94	21	5.3	5.0
mval6a	0.02	0.00	0.02	387	18.7	17	27	8.9	6.0
mval6b	0.00	0.00	0.00	414	30.6	27	22	7.2	5.2
mval6c	0.00	0.00	0.00	519	42.2	43	20	5.3	4.5
mval7a	0.02	0.00	0.02	415	14.0	19	27	10.9	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	542	31.6	5	28	9.8	7.4
mval7c	0.02	0.00	0.02	644	51.9	32	25	7.8	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	722	24.3	46	29	7.1	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	704	32.6	11	28	6.1	5.3
mval8c	0.02	0.00	0.02	869	40.8	68	27	6.5	4.9
mval9a	0.00	0.00	0.00	551	20.3	35	29	11.6	6.1
mval9b	0.02	0.00	0.02	555	22.5	12	27	7.9	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	554	29.4	22	28	7.7	5.6
mval9d	0.02	0.00	0.02	703	36.8	36	20	6.8	4.1
mval10a	0.02	0.00	0.02	744	17.4	54	23	10.6	5.2
mval10b	0.02	0.00	0.02	766	15.9	3	22	8.2	4.3
mval10c	0.00	0.00	0.00	795	27.6	25	20	7.8	4.0
mval10d	0.02	0.00	0.02	872	35.6	28	20	8.3	4.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	151.0	13.3	2.0	12.0	3.2	2.8
Máx.	0.02	0.00	0.02	1187.0	59.1	94.0	39.0	11.7	9.6
Méd.	0.01	0.00	0.01	616.3	29.6	33.3	24.9	8.0	5.5

A.2 TPH(STH)

Tabela A.26: Tempos e critérios de avaliação com S1111 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	271.00	17.83	7.00	19.00	6	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	309.00	18.39	24.00	18.00	6	4.7
mval1c	0.00	0.00	0.00	404.00	30.74	42.00	17.00	3	2.6
mval2a	0.00	0.02	0.02	441.00	36.11	45.00	29.00	9	6.8
mval2b	0.00	0.00	0.00	496.00	25.57	27.00	25.00	8	5.6
mval2c	0.00	0.00	0.00	671.00	28.79	119.00	23.00	5	4.5
mval3a	0.00	0.00	0.00	136.00	18.26	14.00	10.00	4	2.2
mval3b	0.00	0.00	0.00	169.00	19.01	43.00	18.00	4	2.1
mval3c	0.00	0.00	0.00	203.00	22.29	36.00	9.00	3	2.4
mval4a	0.00	0.02	0.02	695.00	19.83	49.00	26.00	9	5.8
mval4b	0.00	0.00	0.00	785.00	20.77	64.00	28.00	9	5.6
mval4c	0.00	0.00	0.00	910.00	44.44	79.00	35.00	7	4.5
mval4d	0.00	0.02	0.02	1051.00	40.88	49.00	30.00	7	5.4
mval5a	0.00	0.00	0.00	764.00	27.97	78.00	35.00	11	6.7
mval5b	0.00	0.00	0.00	794.00	29.53	72.00	32.00	7	5.5
mval5c	0.02	0.00	0.02	816.00	17.07	35.00	31.00	9	5.7
mval5d	0.00	0.00	0.00	928.00	29.07	69.00	25.00	4	4.1
mval6a	0.02	0.00	0.02	401.00	23.01	55.00	23.00	9	5.8
mval6b	0.00	0.00	0.00	403.00	27.13	15.00	20.00	6	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	449.00	23.01	63.00	17.00	5	3.9
mval7a	0.00	0.00	0.00	428.00	17.58	12.00	23.00	11	6.6
mval7b	0.00	0.02	0.02	565.00	37.14	38.00	30.00	10	6.7
mval7c	0.00	0.00	0.00	496.00	16.98	42.00	16.00	6	4.0
mval8a	0.02	0.00	0.02	697.00	19.97	57.00	27.00	8	4.7
mval8b	0.00	0.00	0.00	701.00	32.02	67.00	28.00	7	4.5
mval8c	0.00	0.00	0.00	873.00	41.49	55.00	27.00	6	5.7
mval9a	0.00	0.00	0.00	565.00	23.36	3.00	22.00	11	5.3
mval9b	0.00	0.00	0.00	598.00	32.01	70.00	18.00	6	3.4
mval9c	0.00	0.00	0.00	537.00	25.47	46.00	17.00	6	3.6
mval9d	0.00	0.00	0.00	636.00	23.74	48.00	14.00	5	3.1
mval10a	0.00	0.02	0.02	779.00	22.87	45.00	28.00	8	4.4
mval10b	0.02	0.00	0.02	819.00	23.90	41.00	28.00	8	4.5
mval10c	0.00	0.00	0.00	737.00	18.30	34.00	20.00	8	4.0
mval10d	0.00	0.00	0.00	817.00	27.06	69.00	28.00	7	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	136.00	16.98	3.00	9.00	2.6	2.1
Máx.	0.02	0.02	0.02	1051.00	44.44	119.00	35.00	11.1	6.8
Méd.	0.00	0.00	0.01	598.35	25.93	47.41	23.41	6.9	4.6

Tabela A.27: Tempos e critérios de avaliação com S1112 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	280.00	21.74	10.00	19.00	6	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	340.00	30.27	32.00	18.00	6	4.7
mval1c	0.02	0.00	0.02	426.00	37.86	68.00	17.00	3	2.6
mval2a	0.00	0.00	0.00	447.00	37.96	53.00	29.00	9	6.8
mval2b	0.00	0.00	0.00	493.00	24.81	36.00	25.00	8	5.6
mval2c	0.02	0.00	0.02	705.00	35.32	113.00	23.00	5	4.5
mval3a	0.00	0.00	0.00	138.00	20.00	22.00	10.00	4	2.2
mval3b	0.00	0.00	0.00	171.00	20.42	41.00	18.00	4	2.1
mval3c	0.00	0.00	0.00	241.00	45.18	38.00	9.00	3	2.4
mval4a	0.00	0.00	0.00	800.00	37.93	26.00	26.00	9	5.8
mval4b	0.02	0.00	0.02	858.00	32.00	80.00	28.00	9	5.6
mval4c	0.00	0.00	0.00	970.00	53.97	66.00	35.00	7	4.5
mval4d	0.00	0.00	0.00	1127.00	51.07	80.00	30.00	7	5.4
mval5a	0.02	0.00	0.02	801.00	34.17	83.00	35.00	11	6.7
mval5b	0.00	0.00	0.00	834.00	36.05	64.00	32.00	7	5.5
mval5c	0.00	0.00	0.00	899.00	28.98	74.00	31.00	9	5.7
mval5d	0.00	0.00	0.00	1011.00	40.61	66.00	25.00	4	4.1
mval6a	0.00	0.00	0.00	427.00	30.98	43.00	23.00	9	5.8
mval6b	0.02	0.00	0.02	416.00	31.23	28.00	20.00	6	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	497.00	36.16	72.00	17.00	5	3.9
mval7a	0.02	0.00	0.02	450.00	23.63	8.00	23.00	11	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	612.00	48.54	45.00	30.00	10	6.7
mval7c	0.02	0.00	0.02	554.00	30.66	48.00	16.00	6	4.0
mval8a	0.00	0.00	0.00	730.00	25.65	36.00	27.00	8	4.7
mval8b	0.00	0.00	0.00	750.00	41.24	23.00	28.00	7	4.5
mval8c	0.02	0.00	0.02	950.00	53.97	25.00	27.00	6	5.7
mval9a	0.00	0.02	0.02	615.00	34.28	21.00	22.00	11	5.3
mval9b	0.00	0.00	0.00	605.00	33.55	51.00	18.00	6	3.4
mval9c	0.00	0.00	0.00	555.00	29.67	59.00	17.00	6	3.6
mval9d	0.00	0.00	0.00	712.00	38.52	48.00	14.00	5	3.1
mval10a	0.00	0.00	0.00	846.00	33.44	10.00	28.00	8	4.4
mval10b	0.02	0.00	0.02	890.00	34.64	32.00	28.00	8	4.5
mval10c	0.02	0.00	0.02	822.00	31.94	49.00	20.00	8	4.0
mval10d	0.02	0.00	0.02	897.00	39.50	105.00	28.00	7	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	138.00	20.00	8.00	9.00	2.6	2.1
Máx.	0.02	0.02	0.02	1127.00	53.97	113.00	35.00	11.1	6.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	643.21	34.88	48.68	23.41	6.9	4.6

Tabela A.28: Tempos e critérios de avaliação com S1113 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	284.00	23.48	6.00	19.00	6	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	350.00	34.10	42.00	18.00	6	4.7
mval1c	0.00	0.00	0.00	465.00	50.49	66.00	17.00	3	2.6
mval2a	0.00	0.00	0.00	457.00	41.05	43.00	29.00	9	6.8
mval2b	0.00	0.00	0.00	519.00	31.39	26.00	25.00	8	5.6
mval2c	0.00	0.00	0.00	754.00	44.72	106.00	23.00	5	4.5
mval3a	0.00	0.00	0.00	139.00	20.87	21.00	10.00	4	2.2
mval3b	0.00	0.00	0.00	191.00	34.51	49.00	18.00	4	2.1
mval3c	0.00	0.00	0.00	220.00	32.53	45.00	9.00	3	2.4
mval4a	0.00	0.00	0.00	766.00	32.07	44.00	26.00	9	5.8
mval4b	0.02	0.00	0.02	881.00	35.54	66.00	28.00	9	5.6
mval4c	0.00	0.00	0.00	925.00	46.83	18.00	35.00	7	4.5
mval4d	0.00	0.00	0.00	1122.00	50.40	76.00	30.00	7	5.4
mval5a	0.02	0.00	0.02	824.00	38.02	64.00	35.00	11	6.7
mval5b	0.00	0.00	0.00	811.00	32.30	89.00	32.00	7	5.5
mval5c	0.02	0.00	0.02	960.00	37.73	60.00	31.00	9	5.7
mval5d	0.00	0.00	0.00	1013.00	40.89	85.00	25.00	4	4.1
mval6a	0.00	0.00	0.00	411.00	26.07	23.00	23.00	9	5.8
mval6b	0.00	0.00	0.00	415.00	30.91	36.00	20.00	6	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	512.00	40.27	63.00	17.00	5	3.9
mval7a	0.02	0.00	0.02	438.00	20.33	8.00	23.00	11	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	612.00	48.54	45.00	30.00	10	6.7
mval7c	0.00	0.00	0.00	558.00	31.60	72.00	16.00	6	4.0
mval8a	0.00	0.00	0.00	736.00	26.68	42.00	27.00	8	4.7
mval8b	0.00	0.00	0.00	769.00	44.82	14.00	28.00	7	4.5
mval8c	0.02	0.00	0.02	928.00	50.41	21.00	27.00	6	5.7
mval9a	0.02	0.00	0.02	627.00	36.90	9.00	22.00	11	5.3
mval9b	0.02	0.00	0.02	601.00	32.67	58.00	18.00	6	3.4
mval9c	0.02	0.00	0.02	561.00	31.07	62.00	17.00	6	3.6
mval9d	0.00	0.00	0.00	689.00	34.05	54.00	14.00	5	3.1
mval10a	0.00	0.00	0.00	847.00	33.60	15.00	28.00	8	4.4
mval10b	0.00	0.00	0.00	868.00	31.32	40.00	28.00	8	4.5
mval10c	0.00	0.00	0.00	817.00	31.14	51.00	20.00	8	4.0
mval10d	0.00	0.02	0.02	910.00	41.52	66.00	28.00	7	4.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	139.00	20.33	6.00	9.00	2.6	2.1
Máx.	0.02	0.02	0.02	1122.00	50.49	106.00	35.00	11.1	6.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	646.47	35.85	46.62	23.41	6.9	4.6

Tabela A.29: Tempos e critérios de avaliação com S1211 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	271.00	17.83	7.00	19.00	6	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	294.00	12.64	7.00	14.00	6	4.6
mval1c	0.00	0.00	0.00	435.00	40.78	33.00	20.00	3	3.6
mval2a	0.02	0.00	0.02	441.00	36.11	45.00	29.00	9	6.8
mval2b	0.00	0.00	0.00	522.00	32.15	26.00	25.00	8	5.6
mval2c	0.00	0.00	0.00	712.00	36.66	46.00	30.00	5	5.0
mval3a	0.02	0.00	0.02	137.00	19.13	3.00	10.00	4	2.1
mval3b	0.00	0.00	0.00	176.00	23.94	14.00	18.00	4	2.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	198.00	19.28	12.00	8.00	3	2.2
mval4a	0.00	0.00	0.00	697.00	20.17	71.00	26.00	9	5.7
mval4b	0.02	0.00	0.02	831.00	27.85	52.00	24.00	8	5.5
mval4c	0.00	0.00	0.00	943.00	49.68	18.00	29.00	7	4.4
mval4d	0.02	0.00	0.02	1069.00	43.30	60.00	32.00	7	5.5
mval5a	0.00	0.02	0.02	789.00	32.16	1.00	38.00	11	6.4
mval5b	0.00	0.00	0.00	794.00	29.53	32.00	22.00	7	5.0
mval5c	0.02	0.00	0.02	835.00	19.80	31.00	31.00	9	5.9
mval5d	0.00	0.00	0.00	1026.00	42.70	49.00	27.00	5	4.1
mval6a	0.02	0.00	0.02	393.00	20.55	45.00	28.00	9	5.9
mval6b	0.00	0.00	0.00	412.00	29.97	6.00	20.00	6	4.6
mval6c	0.02	0.00	0.02	425.00	16.44	29.00	13.00	5	3.6
mval7a	0.00	0.02	0.02	424.00	16.48	6.00	23.00	11	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	574.00	39.32	30.00	28.00	10	6.6
mval7c	0.00	0.00	0.00	489.00	15.33	19.00	16.00	5	3.9
mval8a	0.02	0.00	0.02	708.00	21.86	42.00	27.00	8	4.6
mval8b	0.02	0.00	0.02	715.00	34.65	31.00	27.00	7	4.6
mval8c	0.02	0.00	0.02	850.00	37.76	22.00	27.00	7	5.7
mval9a	0.02	0.00	0.02	559.00	22.05	5.00	22.00	11	5.2
mval9b	0.00	0.00	0.00	601.00	32.67	47.00	17.00	5	3.4
mval9c	0.00	0.00	0.00	557.00	30.14	21.00	19.00	6	3.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	642.00	24.90	28.00	13.00	5	3.0
mval10a	0.02	0.00	0.02	808.00	27.44	26.00	27.00	8	4.4
mval10b	0.02	0.00	0.02	795.00	20.27	44.00	30.00	8	4.5
mval10c	0.02	0.00	0.02	771.00	23.76	39.00	23.00	8	4.0
mval10d	0.00	0.02	0.02	820.00	27.53	32.00	25.00	7	3.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	137.00	12.64	1.00	8.00	2.9	2.1
Máx.	0.02	0.02	0.02	1069.00	49.68	71.00	38.00	11.1	6.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	609.21	27.79	28.79	23.15	6.9	4.6

Tabela A.30: Tempos e critérios de avaliação com S1212 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	280.00	21.74	10.00	19.00	6	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	316.00	21.07	9.00	14.00	6	4.6
mval1c	0.02	0.00	0.02	475.00	53.72	48.00	20.00	3	3.6
mval2a	0.00	0.00	0.00	435.00	34.26	35.00	29.00	9	6.8
mval2b	0.00	0.00	0.00	526.00	33.16	13.00	25.00	8	5.6
mval2c	0.00	0.00	0.00	758.00	45.49	52.00	30.00	5	5.0
mval3a	0.00	0.00	0.00	145.00	26.09	3.00	10.00	4	2.1
mval3b	0.02	0.00	0.02	174.00	22.54	16.00	18.00	4	2.2
mval3c	0.02	0.00	0.02	202.00	21.69	18.00	8.00	3	2.2
mval4a	0.00	0.00	0.00	800.00	37.93	8.00	26.00	9	5.7
mval4b	0.00	0.00	0.00	902.00	38.77	134.00	24.00	8	5.5
mval4c	0.02	0.00	0.02	988.00	56.83	80.00	29.00	7	4.4
mval4d	0.00	0.00	0.00	1180.00	58.18	63.00	32.00	7	5.5
mval5a	0.02	0.00	0.02	770.00	28.98	28.00	38.00	11	6.4
mval5b	0.00	0.00	0.00	807.00	31.65	35.00	22.00	7	5.0
mval5c	0.00	0.00	0.00	884.00	26.83	54.00	31.00	9	5.9
mval5d	0.02	0.00	0.02	1077.00	49.79	40.00	27.00	5	4.1
mval6a	0.00	0.00	0.00	414.00	26.99	36.00	28.00	9	5.9
mval6b	0.00	0.02	0.02	429.00	35.33	24.00	20.00	6	4.6
mval6c	0.00	0.00	0.00	451.00	23.56	24.00	13.00	5	3.6
mval7a	0.02	0.00	0.02	468.00	28.57	2.00	23.00	11	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	639.00	55.10	59.00	28.00	10	6.6
mval7c	0.00	0.00	0.00	552.00	30.19	35.00	16.00	5	3.9
mval8a	0.02	0.00	0.02	751.00	29.26	29.00	27.00	8	4.6
mval8b	0.02	0.00	0.02	771.00	45.20	3.00	27.00	7	4.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	926.00	50.08	30.00	27.00	7	5.7
mval9a	0.00	0.00	0.00	609.00	32.97	1.00	22.00	11	5.2
mval9b	0.02	0.00	0.02	595.00	31.35	40.00	17.00	5	3.4
mval9c	0.02	0.00	0.02	607.00	41.82	31.00	19.00	6	3.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	707.00	37.55	39.00	13.00	5	3.0
mval10a	0.00	0.00	0.00	834.00	31.55	44.00	27.00	8	4.4
mval10b	0.00	0.00	0.00	860.00	30.11	66.00	30.00	8	4.5
mval10c	0.02	0.00	0.02	810.00	30.02	51.00	23.00	8	4.0
mval10d	0.00	0.00	0.00	907.00	41.06	16.00	25.00	7	3.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	145.00	21.07	1.00	8.00	2.9	2.1
Máx.	0.02	0.02	0.02	1180.00	58.18	134.00	38.00	11.1	6.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	648.50	35.57	34.59	23.15	6.9	4.6

Tabela A.31: Tempos e critérios de avaliação com S1213 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	284.00	23.48	6.00	19.00	6	4.0
mval1b	0.00	0.00	0.00	316.00	21.07	16.00	14.00	6	4.6
mval1c	0.00	0.00	0.00	510.00	65.05	76.00	20.00	3	3.6
mval2a	0.00	0.00	0.00	442.00	36.42	28.00	29.00	9	6.8
mval2b	0.02	0.00	0.02	530.00	34.18	17.00	25.00	8	5.6
mval2c	0.00	0.00	0.00	793.00	52.21	37.00	30.00	5	5.0
mval3a	0.02	0.00	0.02	151.00	31.30	3.00	10.00	4	2.1
mval3b	0.00	0.00	0.00	182.00	28.17	8.00	18.00	4	2.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	225.00	35.54	18.00	8.00	3	2.2
mval4a	0.00	0.00	0.00	766.00	32.07	30.00	26.00	9	5.7
mval4b	0.02	0.00	0.02	907.00	39.54	111.00	24.00	8	5.5
mval4c	0.00	0.00	0.00	968.00	53.65	68.00	29.00	7	4.4
mval4d	0.02	0.00	0.02	1183.00	58.58	64.00	32.00	7	5.5
mval5a	0.00	0.00	0.00	767.00	28.48	25.00	38.00	11	6.4
mval5b	0.00	0.00	0.00	811.00	32.30	5.00	22.00	7	5.0
mval5c	0.02	0.00	0.02	954.00	36.87	47.00	31.00	9	5.9
mval5d	0.00	0.00	0.00	1100.00	52.99	74.00	27.00	5	4.1
mval6a	0.02	0.00	0.02	397.00	21.78	7.00	28.00	9	5.9
mval6b	0.00	0.00	0.00	434.00	36.91	35.00	20.00	6	4.6
mval6c	0.02	0.00	0.02	495.00	35.62	16.00	13.00	5	3.6
mval7a	0.00	0.00	0.00	453.00	24.45	7.00	23.00	11	6.6
mval7b	0.00	0.00	0.00	615.00	49.27	49.00	28.00	10	6.6
mval7c	0.02	0.00	0.02	553.00	30.42	42.00	16.00	5	3.9
mval8a	0.00	0.02	0.02	721.00	24.10	17.00	27.00	8	4.6
mval8b	0.00	0.00	0.00	824.00	55.18	43.00	27.00	7	4.6
mval8c	0.00	0.00	0.00	954.00	54.62	37.00	27.00	7	5.7
mval9a	0.00	0.00	0.00	610.00	33.19	26.00	22.00	11	5.2
mval9b	0.00	0.00	0.00	595.00	31.35	41.00	17.00	5	3.4
mval9c	0.00	0.00	0.00	606.00	41.59	50.00	19.00	6	3.8
mval9d	0.02	0.00	0.02	708.00	37.74	54.00	13.00	5	3.0
mval10a	0.00	0.00	0.00	855.00	34.86	53.00	27.00	8	4.4
mval10b	0.00	0.00	0.00	842.00	27.38	57.00	30.00	8	4.5
mval10c	0.02	0.00	0.02	813.00	30.50	36.00	23.00	8	4.0
mval10d	0.00	0.00	0.00	929.00	44.48	38.00	25.00	7	3.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	151.00	21.07	3.00	8.00	2.9	2.1
Máx.	0.02	0.02	0.02	1183.00	65.05	111.00	38.00	11.1	6.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	655.68	37.51	36.50	23.15	6.9	4.6

Tabela A.32: Tempos e critérios de avaliação com S2111 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	274.00	19.13	4.00	20.00	7	5.2
mval1b	0.00	0.00	0.00	323.00	23.75	22.00	18.00	6	4.7
mval1c	0.00	0.00	0.00	430.00	39.16	32.00	14.00	3	2.9
mval2a	0.02	0.00	0.02	412.00	27.16	20.00	34.00	10	9.1
mval2b	0.00	0.00	0.00	495.00	25.32	32.00	30.00	8	6.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	714.00	37.04	122.00	37.00	7	6.7
mval3a	0.00	0.00	0.00	143.00	24.35	7.00	12.00	5	3.0
mval3b	0.02	0.00	0.02	178.00	25.35	4.00	18.00	6	3.2
mval3c	0.02	0.00	0.02	184.00	10.84	12.00	12.00	3	2.7
mval4a	0.02	0.00	0.02	700.00	20.69	46.00	35.00	12	6.4
mval4b	0.00	0.00	0.00	804.00	23.69	66.00	38.00	10	7.4
mval4c	0.00	0.00	0.00	879.00	39.52	55.00	38.00	8	5.2
mval4d	0.00	0.00	0.00	1064.00	42.63	97.00	33.00	7	5.1
mval5a	0.00	0.00	0.00	736.00	23.28	30.00	32.00	11	7.5
mval5b	0.02	0.00	0.02	769.00	25.45	47.00	29.00	6	5.6
mval5c	0.00	0.00	0.00	832.00	19.37	15.00	29.00	11	6.8
mval5d	0.02	0.00	0.02	939.00	30.60	60.00	28.00	5	5.5
mval6a	0.00	0.00	0.00	411.00	26.07	31.00	31.00	9	6.0
mval6b	0.00	0.00	0.00	375.00	18.30	13.00	19.00	6	4.5
mval6c	0.02	0.00	0.02	437.00	19.73	36.00	18.00	5	4.4
mval7a	0.00	0.00	0.00	442.00	21.43	0.00	28.00	11	8.0
mval7b	0.00	0.00	0.00	545.00	32.28	21.00	28.00	10	7.3
mval7c	0.02	0.00	0.02	556.00	31.13	47.00	26.00	8	6.7
mval8a	0.00	0.00	0.00	711.00	22.38	67.00	28.00	7	5.8
mval8b	0.00	0.00	0.00	675.00	27.12	57.00	28.00	5	4.8
mval8c	0.02	0.00	0.02	809.00	31.12	55.00	27.00	5	4.4
mval9a	0.00	0.02	0.02	565.00	23.36	3.00	29.00	12	6.0
mval9b	0.02	0.00	0.02	589.00	30.02	24.00	25.00	8	5.7
mval9c	0.14	0.00	0.14	530.00	23.83	27.00	26.00	7	5.4
mval9d	0.00	0.00	0.00	679.00	32.10	35.00	23.00	6	4.0
mval10a	0.00	0.00	0.00	782.00	23.34	20.00	22.00	10	5.1
mval10b	0.00	0.00	0.00	806.00	21.94	51.00	23.00	8	4.0
mval10c	0.00	0.02	0.02	752.00	20.71	19.00	20.00	8	4.2
mval10d	0.02	0.00	0.02	750.00	16.64	68.00	18.00	8	3.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	143.00	10.84	0.00	12.00	2.7	2.7
Máx.	0.14	0.02	0.14	1064.00	42.63	122.00	38.00	11.7	9.1
Méd.	0.01	0.00	0.01	596.76	25.85	36.62	25.76	7.6	5.4

Tabela A.33: Tempos e critérios de avaliação com S2112 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	270.00	17.39	2.00	20.00	7	5.2
mval1b	0.02	0.00	0.02	364.00	39.46	16.00	18.00	6	4.7
mval1c	0.00	0.00	0.00	506.00	63.75	46.00	14.00	3	2.9
mval2a	0.00	0.00	0.00	424.00	30.86	38.00	34.00	10	9.1
mval2b	0.02	0.00	0.02	519.00	31.39	13.00	30.00	8	6.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	787.00	51.06	119.00	37.00	7	6.7
mval3a	0.02	0.00	0.02	165.00	43.48	19.00	12.00	5	3.0
mval3b	0.00	0.00	0.00	213.00	50.00	11.00	18.00	6	3.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	229.00	37.95	30.00	12.00	3	2.7
mval4a	0.00	0.00	0.00	778.00	34.14	30.00	35.00	12	6.4
mval4b	0.00	0.00	0.00	893.00	37.38	96.00	38.00	10	7.4
mval4c	0.02	0.00	0.02	955.00	51.59	52.00	38.00	8	5.2
mval4d	0.00	0.00	0.00	1115.00	49.46	83.00	33.00	7	5.1
mval5a	0.00	0.00	0.00	771.00	29.15	45.00	32.00	11	7.5
mval5b	0.02	0.00	0.02	784.00	27.90	31.00	29.00	6	5.6
mval5c	0.00	0.00	0.00	894.00	28.26	36.00	29.00	11	6.8
mval5d	0.02	0.00	0.02	1066.00	48.26	51.00	28.00	5	5.5
mval6a	0.00	0.00	0.00	419.00	28.53	1.00	31.00	9	6.0
mval6b	0.00	0.00	0.00	403.00	27.13	33.00	19.00	6	4.5
mval6c	0.02	0.00	0.02	532.00	45.75	57.00	18.00	5	4.4
mval7a	0.00	0.00	0.00	464.00	27.47	34.00	28.00	11	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	601.00	45.87	60.00	28.00	10	7.3
mval7c	0.00	0.00	0.00	700.00	65.09	53.00	26.00	8	6.7
mval8a	0.00	0.00	0.00	769.00	32.36	25.00	28.00	7	5.8
mval8b	0.00	0.02	0.02	716.00	34.84	57.00	28.00	5	4.8
mval8c	0.00	0.00	0.00	914.00	48.14	80.00	27.00	5	4.4
mval9a	0.00	0.00	0.00	599.00	30.79	25.00	29.00	12	6.0
mval9b	0.00	0.00	0.00	604.00	33.33	48.00	25.00	8	5.7
mval9c	0.00	0.00	0.00	613.00	43.22	49.00	26.00	7	5.4
mval9d	0.00	0.00	0.00	758.00	47.47	54.00	23.00	6	4.0
mval10a	0.00	0.00	0.00	820.00	29.34	8.00	22.00	10	5.1
mval10b	0.00	0.00	0.00	856.00	29.50	69.00	23.00	8	4.0
mval10c	0.00	0.00	0.00	833.00	33.71	70.00	20.00	8	4.2
mval10d	0.00	0.00	0.00	847.00	31.73	35.00	18.00	8	3.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	165.00	17.39	1.00	12.00	2.7	2.7
Máx.	0.02	0.02	0.02	1115.00	65.09	119.00	38.00	11.7	9.1
Méd.	0.00	0.00	0.01	652.38	38.40	43.41	25.76	7.6	5.4

Tabela A.34: Tempos e critérios de avaliação com S2113 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	274.00	19.13	2.00	20.00	7	5.2
mval1b	0.00	0.00	0.00	344.00	31.80	13.00	18.00	6	4.7
mval1c	0.00	0.00	0.00	506.00	63.75	36.00	14.00	3	2.9
mval2a	0.02	0.00	0.02	424.00	30.86	38.00	34.00	10	9.1
mval2b	0.00	0.00	0.00	529.00	33.92	21.00	30.00	8	6.7
mval2c	0.00	0.00	0.00	772.00	48.18	118.00	37.00	7	6.7
mval3a	0.00	0.00	0.00	169.00	46.96	15.00	12.00	5	3.0
mval3b	0.02	0.00	0.02	215.00	51.41	7.00	18.00	6	3.2
mval3c	0.00	0.00	0.00	217.00	30.72	10.00	12.00	3	2.7
mval4a	0.02	0.00	0.02	782.00	34.83	26.00	35.00	12	6.4
mval4b	0.00	0.00	0.00	865.00	33.08	76.00	38.00	10	7.4
mval4c	0.00	0.00	0.00	910.00	44.44	65.00	38.00	8	5.2
mval4d	0.02	0.00	0.02	1150.00	54.16	91.00	33.00	7	5.1
mval5a	0.00	0.00	0.00	758.00	26.97	32.00	32.00	11	7.5
mval5b	0.00	0.00	0.00	842.00	37.36	15.00	29.00	6	5.6
mval5c	0.00	0.00	0.00	960.00	37.73	43.00	29.00	11	6.8
mval5d	0.00	0.00	0.00	1013.00	40.89	57.00	28.00	5	5.5
mval6a	0.02	0.00	0.02	421.00	29.14	3.00	31.00	9	6.0
mval6b	0.00	0.00	0.00	419.00	32.18	37.00	19.00	6	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	489.00	33.97	29.00	18.00	5	4.4
mval7a	0.00	0.00	0.00	466.00	28.02	16.00	28.00	11	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	588.00	42.72	32.00	28.00	10	7.3
mval7c	0.00	0.00	0.00	648.00	52.83	49.00	26.00	8	6.7
mval8a	0.02	0.00	0.02	765.00	31.67	19.00	28.00	7	5.8
mval8b	0.00	0.00	0.00	712.00	34.09	50.00	28.00	5	4.8
mval8c	0.00	0.00	0.00	900.00	45.87	72.00	27.00	5	4.4
mval9a	0.00	0.00	0.00	620.00	35.37	24.00	29.00	12	6.0
mval9b	0.00	0.00	0.00	590.00	30.24	35.00	25.00	8	5.7
mval9c	0.00	0.00	0.00	586.00	36.92	11.00	26.00	7	5.4
mval9d	0.00	0.00	0.00	773.00	50.39	21.00	23.00	6	4.0
mval10a	0.00	0.00	0.00	808.00	27.44	4.00	22.00	10	5.1
mval10b	0.00	0.00	0.00	881.00	33.28	34.00	23.00	8	4.0
mval10c	0.00	0.00	0.00	844.00	35.47	60.00	20.00	8	4.2
mval10d	0.00	0.00	0.00	868.00	34.99	68.00	18.00	8	3.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	169.00	19.13	2.00	12.00	2.7	2.7
Máx.	0.02	0.00	0.02	1150.00	63.75	118.00	38.00	11.7	9.1
Méd.	0.00	0.00	0.00	650.24	37.67	36.15	25.76	7.6	5.4

Tabela A.35: Tempos e critérios de avaliação com S2211 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	263.00	14.35	15.00	20.00	7	5.2
mval1b	0.00	0.00	0.00	309.00	18.39	9.00	15.00	6	4.4
mval1c	0.02	0.00	0.02	448.00	44.98	41.00	19.00	2	2.8
mval2a	0.00	0.00	0.00	412.00	27.16	20.00	34.00	10	9.1
mval2b	0.00	0.00	0.00	513.00	29.87	76.00	31.00	7	6.2
mval2c	0.00	0.00	0.00	680.00	30.52	20.00	36.00	7	6.4
mval3a	0.00	0.00	0.00	146.00	26.96	4.00	12.00	5	2.9
mval3b	0.02	0.00	0.02	165.00	16.20	5.00	18.00	6	3.1
mval3c	0.02	0.00	0.02	201.00	21.08	10.00	12.00	3	2.6
mval4a	0.00	0.00	0.00	700.00	20.69	26.00	38.00	12	6.9
mval4b	0.00	0.00	0.00	803.00	23.54	41.00	38.00	11	7.7
mval4c	0.00	0.00	0.00	895.00	42.06	62.00	29.00	7	4.6
mval4d	0.02	0.00	0.02	1115.00	49.46	54.00	32.00	7	5.4
mval5a	0.00	0.00	0.00	731.00	22.45	25.00	32.00	11	7.4
mval5b	0.02	0.00	0.02	795.00	29.69	20.00	27.00	6	5.2
mval5c	0.00	0.00	0.00	842.00	20.80	16.00	29.00	11	6.6
mval5d	0.02	0.00	0.02	968.00	34.63	17.00	30.00	5	5.6
mval6a	0.00	0.00	0.00	402.00	23.31	24.00	26.00	9	5.8
mval6b	0.02	0.00	0.02	379.00	19.56	17.00	19.00	7	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	428.00	17.26	42.00	20.00	5	4.0
mval7a	0.00	0.00	0.00	444.00	21.98	4.00	28.00	11	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	545.00	32.28	28.00	28.00	10	7.3
mval7c	0.02	0.00	0.02	562.00	32.55	24.00	27.00	8	6.6
mval8a	0.00	0.00	0.00	714.00	22.89	62.00	33.00	7	5.9
mval8b	0.00	0.00	0.00	736.00	38.61	62.00	30.00	5	4.8
mval8c	0.00	0.00	0.00	817.00	32.41	23.00	25.00	5	4.3
mval9a	0.00	0.00	0.00	583.00	27.29	9.00	29.00	11	5.9
mval9b	0.00	0.02	0.02	603.00	33.11	25.00	27.00	8	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	556.00	29.91	20.00	28.00	7	5.4
mval9d	0.02	0.00	0.02	644.00	25.29	25.00	19.00	6	3.9
mval10a	0.00	0.02	0.02	767.00	20.98	5.00	23.00	10	5.2
mval10b	0.02	0.00	0.02	793.00	19.97	11.00	23.00	8	4.0
mval10c	0.00	0.00	0.00	751.00	20.55	13.00	21.00	8	4.1
mval10d	0.02	0.00	0.02	798.00	24.11	8.00	18.00	8	3.8
Mín.	0.00	0.00	0.00	146.00	14.35	4.00	12.00	2.4	2.6
Máx.	0.02	0.02	0.02	1115.00	49.46	76.00	38.00	11.7	9.1
Méd.	0.01	0.00	0.01	603.18	26.91	25.38	25.76	7.5	5.3

Tabela A.36: Tempos e critérios de avaliação com S2212 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.02	0.00	0.02	270.00	17.39	6.00	20.00	7	5.2
mval1b	0.00	0.00	0.00	333.00	27.59	9.00	15.00	6	4.4
mval1c	0.00	0.00	0.00	467.00	51.13	44.00	19.00	2	2.8
mval2a	0.02	0.00	0.02	424.00	30.86	38.00	34.00	10	9.1
mval2b	0.00	0.00	0.00	549.00	38.99	100.00	31.00	7	6.2
mval2c	0.00	0.00	0.00	816.00	56.62	54.00	36.00	7	6.4
mval3a	0.02	0.00	0.02	160.00	39.13	28.00	12.00	5	2.9
mval3b	0.00	0.00	0.00	199.00	40.14	23.00	18.00	6	3.1
mval3c	0.00	0.00	0.00	232.00	39.76	26.00	12.00	3	2.6
mval4a	0.00	0.00	0.00	780.00	34.48	8.00	38.00	12	6.9
mval4b	0.02	0.00	0.02	917.00	41.08	112.00	38.00	11	7.7
mval4c	0.00	0.00	0.00	955.00	51.59	71.00	29.00	7	4.6
mval4d	0.02	0.00	0.02	1256.00	68.36	75.00	32.00	7	5.4
mval5a	0.00	0.00	0.00	774.00	29.65	32.00	32.00	11	7.4
mval5b	0.02	0.00	0.02	826.00	34.75	14.00	27.00	6	5.2
mval5c	0.00	0.00	0.00	913.00	30.99	46.00	29.00	11	6.6
mval5d	0.02	0.00	0.02	1046.00	45.48	53.00	30.00	5	5.6
mval6a	0.00	0.00	0.00	427.00	30.98	7.00	26.00	9	5.8
mval6b	0.02	0.00	0.02	391.00	23.34	12.00	19.00	7	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	525.00	43.84	61.00	20.00	5	4.0
mval7a	0.02	0.00	0.02	503.00	38.19	3.00	28.00	11	8.0
mval7b	0.02	0.00	0.02	593.00	43.93	57.00	28.00	10	7.3
mval7c	0.00	0.00	0.00	672.00	58.49	48.00	27.00	8	6.6
mval8a	0.00	0.00	0.00	784.00	34.94	20.00	33.00	7	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	715.00	34.65	45.00	30.00	5	4.8
mval8c	0.02	0.00	0.02	856.00	38.74	57.00	25.00	5	4.3
mval9a	0.02	0.00	0.02	611.00	33.41	13.00	29.00	11	5.9
mval9b	0.02	0.00	0.02	608.00	34.22	14.00	27.00	8	5.8
mval9c	0.02	0.00	0.02	615.00	43.69	55.00	28.00	7	5.4
mval9d	0.00	0.00	0.00	759.00	47.67	40.00	19.00	6	3.9
mval10a	0.00	0.00	0.00	786.00	23.97	16.00	23.00	10	5.2
mval10b	0.02	0.00	0.02	866.00	31.01	46.00	23.00	8	4.0
mval10c	0.02	0.00	0.02	796.00	27.77	50.00	21.00	8	4.1
mval10d	0.00	0.00	0.00	880.00	36.86	9.00	18.00	8	3.8
Mín.	0.00	0.00	0.00	160.00	17.39	3.00	12.00	2.4	2.6
Máx.	0.02	0.00	0.02	1256.00	68.36	112.00	38.00	11.7	9.1
Méd.	0.01	0.00	0.01	656.00	38.34	38.00	25.76	7.5	5.3

Tabela A.37: Tempos e critérios de avaliação com S2213 – *mval*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
mval1a	0.00	0.00	0.00	274.00	19.13	2.00	20.00	7	5.2
mval1b	0.00	0.00	0.00	339.00	29.89	6.00	15.00	6	4.4
mval1c	0.02	0.00	0.02	470.00	52.10	26.00	19.00	2	2.8
mval2a	0.00	0.00	0.00	424.00	30.86	38.00	34.00	10	9.1
mval2b	0.00	0.00	0.00	536.00	35.70	78.00	31.00	7	6.2
mval2c	0.00	0.00	0.00	757.00	45.30	47.00	36.00	7	6.4
mval3a	0.00	0.00	0.00	168.00	46.09	20.00	12.00	5	2.9
mval3b	0.00	0.00	0.00	190.00	33.80	8.00	18.00	6	3.1
mval3c	0.00	0.00	0.00	217.00	30.72	21.00	12.00	3	2.6
mval4a	0.02	0.00	0.02	778.00	34.14	6.00	38.00	12	6.9
mval4b	0.00	0.00	0.00	890.00	36.92	62.00	38.00	11	7.7
mval4c	0.02	0.00	0.02	935.00	48.41	89.00	29.00	7	4.6
mval4d	0.00	0.00	0.00	1253.00	67.96	74.00	32.00	7	5.4
mval5a	0.02	0.00	0.02	774.00	29.65	42.00	32.00	11	7.4
mval5b	0.00	0.00	0.00	860.00	40.29	28.00	27.00	6	5.2
mval5c	0.00	0.00	0.00	960.00	37.73	42.00	29.00	11	6.6
mval5d	0.02	0.00	0.02	1051.00	46.18	66.00	30.00	5	5.6
mval6a	0.00	0.00	0.00	409.00	25.46	5.00	26.00	9	5.8
mval6b	0.02	0.00	0.02	401.00	26.50	11.00	19.00	7	4.5
mval6c	0.00	0.00	0.00	511.00	40.00	23.00	20.00	5	4.0
mval7a	0.02	0.00	0.02	492.00	35.16	6.00	28.00	11	8.0
mval7b	0.00	0.02	0.02	583.00	41.50	33.00	28.00	10	7.3
mval7c	0.00	0.00	0.00	672.00	58.49	14.00	27.00	8	6.6
mval8a	0.00	0.00	0.00	765.00	31.67	27.00	33.00	7	5.9
mval8b	0.02	0.00	0.02	724.00	36.35	67.00	30.00	5	4.8
mval8c	0.02	0.00	0.02	899.00	45.71	58.00	25.00	5	4.3
mval9a	0.02	0.00	0.02	630.00	37.55	2.00	29.00	11	5.9
mval9b	0.02	0.00	0.02	586.00	29.36	13.00	27.00	8	5.8
mval9c	0.00	0.00	0.00	618.00	44.39	30.00	28.00	7	5.4
mval9d	0.02	0.00	0.02	756.00	47.08	28.00	19.00	6	3.9
mval10a	0.02	0.00	0.02	788.00	24.29	0.00	23.00	10	5.2
mval10b	0.00	0.00	0.00	872.00	31.92	52.00	23.00	8	4.0
mval10c	0.02	0.00	0.02	804.00	29.05	38.00	21.00	8	4.1
mval10d	0.02	0.00	0.02	883.00	37.33	8.00	18.00	8	3.8
Mín.	0.00	0.00	0.00	168.00	19.13	0.00	12.00	2.4	2.6
Máx.	0.02	0.02	0.02	1253.00	67.96	89.00	38.00	11.7	9.1
Méd.	0.01	0.00	0.01	654.97	37.84	31.47	25.76	7.5	5.3

A.3 BIH

Tabela A.38: Tempos e critérios de avaliação com B11 – *smval*

Instância	Tempo	Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
						M_μ	M_σ
mval1a	0.02	270	17.4	6	19	5.8	4.0
mval1b	0.00	318	24.8	16	14	6.3	4.6
mval1c	0.00	493	80.0	9	20	3.0	3.6
mval2a	0.02	430	46.1	16	29	8.9	6.8
mval2b	0.00	499	45.2	16	25	7.9	5.6
mval2c	0.00	867	150.4	42	30	5.3	5.0
mval3a	0.00	137	9.6	3	10	3.5	2.1
mval3b	0.02	185	18.7	11	18	3.8	2.2
mval3c	0.02	223	24.8	4	8	2.9	2.2
mval4a	0.00	808	99.1	20	26	8.8	5.7
mval4b	0.00	913	114.3	19	24	8.4	5.5
mval4c	0.02	992	157.4	30	29	6.5	4.4
mval4d	0.00	1258	222.6	65	32	7.1	5.5
mval5a	0.02	874	120.4	2	38	10.5	6.4
mval5b	0.00	864	109.1	4	22	6.9	5.0
mval5c	0.02	1013	137.4	9	31	9.1	5.9
mval5d	0.00	1178	199.6	3	27	4.5	4.1
mval6a	0.02	422	41.7	0	28	9.1	5.9
mval6b	0.00	411	40.9	2	20	6.4	4.6
mval6c	0.02	477	48.7	7	13	4.9	3.6
mval7a	0.00	514	65.2	10	23	10.9	6.6
mval7b	0.00	662	108.7	6	28	10.2	6.6
mval7c	0.02	557	57.8	11	16	5.4	3.9
mval8a	0.00	792	91.7	0	27	7.8	4.6
mval8b	0.00	788	111.7	11	27	6.9	4.6
mval8c	0.02	944	142.2	10	27	6.5	5.7
mval9a	0.02	626	73.0	4	22	11.1	5.2
mval9b	0.02	637	80.0	14	17	5.4	3.4
mval9c	0.00	601	75.2	9	19	6.4	3.8
mval9d	0.00	796	122.6	10	13	5.3	3.0
mval10a	0.00	863	99.6	5	27	7.7	4.4
mval10b	0.02	858	85.7	6	30	7.7	4.5
mval10c	0.02	829	89.6	19	23	7.6	4.0
mval10d	0.00	954	135.2	18	25	6.7	3.9
Mín.	0.00	137.0	9.6	0.0	8.0	2.9	2.1
Máx.	0.02	1258.0	222.6	65.0	38.0	11.1	6.8
Méd.	0.01	678.0	89.6	12.3	23.1	6.9	4.6

Tabela A.39: Tempos e critérios de avaliação com B21 – *smval*

Instância	Tempo	Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
						M_μ	M_σ
mval1a	0.00	277	20.4	1	20	7.3	5.2
mval1b	0.02	317	24.3	11	15	6.2	4.4
mval1c	0.00	464	67.4	14	19	2.4	2.8
mval2a	0.00	415	39.6	23	34	10.4	9.1
mval2b	0.02	524	56.1	67	31	7.1	6.2
mval2c	0.02	717	85.2	14	36	7.0	6.4
mval3a	0.02	146	13.5	0	12	4.6	2.9
mval3b	0.00	186	19.1	4	18	5.7	3.1
mval3c	0.00	228	27.0	2	12	3.2	2.6
mval4a	0.00	758	77.4	0	38	11.7	6.9
mval4b	0.02	866	93.9	5	38	10.5	7.7
mval4c	0.00	946	137.4	24	29	7.3	4.6
mval4d	0.02	1284	233.9	25	32	6.7	5.4
mval5a	0.00	788	83.0	2	32	11.3	7.4
mval5b	0.02	794	78.7	8	27	5.9	5.2
mval5c	0.00	943	107.0	3	29	10.6	6.6
mval5d	0.02	1143	184.3	3	30	5.3	5.6
mval6a	0.00	428	44.3	0	26	9.0	5.8
mval6b	0.02	408	39.6	6	19	6.5	4.5
mval6c	0.00	518	66.5	9	20	4.6	4.0
mval7a	0.02	489	54.3	1	28	10.9	8.0
mval7b	0.00	568	67.8	6	28	9.7	7.3
mval7c	0.00	651	98.7	2	27	7.8	6.6
mval8a	0.02	734	66.5	12	33	7.2	5.9
mval8b	0.00	776	106.5	18	30	5.4	4.8
mval8c	0.00	958	148.3	44	25	4.8	4.3
mval9a	0.00	572	49.6	2	29	11.4	5.9
mval9b	0.00	597	62.6	4	27	7.7	5.8
mval9c	0.00	596	73.0	5	28	7.4	5.4
mval9d	0.00	780	115.7	6	19	6.2	3.9
mval10a	0.00	804	73.9	20	23	10.4	5.2
mval10b	0.02	866	89.1	6	23	7.7	4.0
mval10c	0.02	813	82.6	2	21	7.8	4.1
mval10d	0.00	955	135.7	1	18	8.1	3.8
Mín.	0.00	146.0	13.5	0.0	12.0	2.4	2.6
Máx.	0.02	1284.0	233.9	67.0	38.0	11.7	9.1
Méd.	0.01	647.1	78.4	10.6	26.0	7.5	5.4

Apêndice B

Resultados detalhados das heurísticas para instâncias *slpr*

Neste apêndice constam os resultados detalhados obtidos com cada uma das versões de cada heurística, por instância. Para cada versão, são ainda apresentados, no fundo da tabela, os valores mínimo, máximo e médio para o conjunto das 15 instâncias. Em cada tabela são apresentados os tempos de execução (em segundos), o custo, o desvio do custo (Gap %), o desequilíbrio (Imbal), o diâmetro (Diam) e as medidas de dispersão M_μ e M_σ . No caso das heurísticas em duas fases, TPH(CTH) e TPH(STH), a coluna dos tempos de execução é subdividida no tempo para a fase 1, para a fase 2 e duração total.

B.1 TPH(CTH)

Tabela B.1: Tempos e critérios de avaliação com C1111, C1112 e C1113 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C1111									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13669	1.4	47	144	56.2	30.8
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29318	4.5	252	269	92.0	52.3
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78958	3.7	1021	455	108.5	67.3
slpr-a-04	0.05	0.02	0.07	135334	6.6	1536	468	89.4	66.8
slpr-a-05	0.06	0.02	0.08	221690	9.3	1737	537	91.5	61.0
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15308	3.2	110	163	67.1	42.3
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29856	4.2	780	293	119.0	54.2
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	83069	6.7	882	515	129.7	80.0
slpr-b-04	0.05	0.00	0.05	137670	8.5	2293	521	110.3	69.1
slpr-b-05	0.09	0.02	0.11	231105	10.1	1025	587	128.0	72.4
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18962	1.7	144	142	42.4	27.0
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37089	2.1	185	203	93.8	54.3
slpr-c-03	0.03	0.02	0.05	116835	5.1	688	475	79.0	57.3
slpr-c-04	0.06	0.03	0.09	177040	5.1	1273	525	73.9	59.5
slpr-c-05	0.09	0.03	0.12	271326	5.2	1333	576	83.5	63.8
Mín.	0.00	0.00	0.00	13669.0	1.4	47.0	142.0	42.4	27.0
Máx.	0.09	0.03	0.12	271326.0	10.1	2293.0	587.0	129.7	80.0
Méd.	0.04	0.01	0.05	106481.9	5.2	887.1	391.5	91.0	57.2
C1112									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13749	2.0	217	144	56.2	30.8
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29847	6.4	353	269	92.0	52.3
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	80157	5.3	850	455	108.5	67.3
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	138232	8.9	1502	468	89.4	66.8
slpr-a-05	0.06	0.00	0.06	224287	10.6	1272	537	91.5	61.0
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15183	2.3	57	163	67.1	42.3
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29691	3.6	775	293	119.0	54.2
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83619	7.4	954	515	129.7	80.0
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	140172	10.4	1938	521	110.3	69.1
slpr-b-05	0.08	0.00	0.08	235907	12.4	1501	587	128.0	72.4
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18891	1.4	131	142	42.4	27.0
slpr-c-02	0.00	0.02	0.02	37171	2.3	377	203	93.8	54.3
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	116878	5.2	685	475	79.0	57.3
slpr-c-04	0.06	0.00	0.06	178162	5.8	989	525	73.9	59.5
slpr-c-05	0.09	0.00	0.09	275367	6.8	1145	576	83.5	63.8
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	1.4	57.0	142.0	42.4	27.0
Máx.	0.09	0.02	0.09	275367.0	12.4	1938.0	587.0	129.7	80.0
Méd.	0.03	0.00	0.04	107820.9	6.1	849.7	391.5	91.0	57.2
C1113									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13749	2.0	217	144	56.2	30.8
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29753	6.1	109	269	92.0	52.3
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79985	5.1	1024	455	108.5	67.3
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	137126	8.0	1164	468	89.4	66.8
slpr-a-05	0.06	0.02	0.08	224637	10.8	1431	537	91.5	61.0
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15183	2.3	57	163	67.1	42.3
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29562	3.2	832	293	119.0	54.2
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	84000	7.9	1144	515	129.7	80.0
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	139353	9.8	1756	521	110.3	69.1
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	234045	11.5	1359	587	128.0	72.4
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18957	1.7	197	142	42.4	27.0
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37291	2.6	37	203	93.8	54.3
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	118024	6.2	597	475	79.0	57.3
slpr-c-04	0.06	0.02	0.08	178392	5.9	1142	525	73.9	59.5
slpr-c-05	0.09	0.02	0.11	275252	6.7	1487	576	83.5	63.8
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	1.7	37.0	142.0	42.4	27.0
Máx.	0.09	0.02	0.11	275252.0	11.5	1756.0	587.0	129.7	80.0
Méd.	0.03	0.01	0.04	107687.3	6.0	836.9	391.5	91.0	57.2

Tabela B.2: Tempos e critérios de avaliação com C1121, C1122 e C1123 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C1121									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13681	1.5	33	143	46.8	27.7
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29273	4.4	495	265	85.9	45.9
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78195	2.7	360	274	87.5	43.4
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	134352	5.8	1726	464	78.2	63.2
slpr-a-05	0.03	0.02	0.05	219301	8.2	2119	452	75.2	51.7
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15187	2.4	153	163	63.4	43.0
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29641	3.4	185	284	108.7	48.1
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	82468	5.9	1306	391	98.2	61.0
slpr-b-04	0.02	0.02	0.04	135878	7.0	2424	448	96.7	58.7
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	230739	10.0	2945	619	115.6	76.3
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18879	1.3	239	111	41.6	26.3
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37218	2.4	350	258	76.6	41.1
slpr-c-03	0.02	0.00	0.02	116303	4.7	788	397	66.3	50.6
slpr-c-04	0.05	0.03	0.08	175909	4.4	1226	431	60.4	44.1
slpr-c-05	0.06	0.03	0.09	272407	5.6	1474	566	59.8	53.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	13681.0	1.3	33.0	111.0	41.6	26.3
Máx.	0.08	0.03	0.10	272407.0	10.0	2945.0	619.0	115.6	76.3
Méd.	0.03	0.01	0.04	105962.1	4.6	1054.9	351.1	77.4	49.0
C1122									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13636	1.1	34	143	46.8	27.7
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29987	6.9	429	265	85.9	45.9
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79635	4.6	461	274	87.5	43.4
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	136582	7.6	1486	464	78.2	63.2
slpr-a-05	0.05	0.02	0.07	222630	9.8	1767	452	75.2	51.7
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15199	2.5	73	163	63.4	43.0
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29904	4.4	40	284	108.7	48.1
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83185	6.8	1126	391	98.2	61.0
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	137852	8.6	2540	448	96.7	58.7
slpr-b-05	0.06	0.00	0.06	236303	12.6	2261	619	115.6	76.3
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18805	0.9	309	111	41.6	26.3
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37410	2.9	680	258	76.6	41.1
slpr-c-03	0.02	0.00	0.02	117625	5.9	897	397	66.3	50.6
slpr-c-04	0.03	0.02	0.05	176048	4.5	1163	431	60.4	44.1
slpr-c-05	0.06	0.02	0.08	274861	6.6	1314	566	59.8	53.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	13636.0	0.9	34.0	111.0	41.6	26.3
Máx.	0.06	0.02	0.08	274861.0	12.6	2540.0	619.0	115.6	76.3
Méd.	0.03	0.00	0.03	107310.8	5.7	972.0	351.1	77.4	49.0
C1123									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13677	1.4	7	143	46.8	27.7
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29563	5.4	317	265	85.9	45.9
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79698	4.7	531	274	87.5	43.4
slpr-a-04	0.02	0.00	0.02	136277	7.4	1645	464	78.2	63.2
slpr-a-05	0.05	0.02	0.07	223228	10.1	1992	452	75.2	51.7
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15199	2.5	73	163	63.4	43.0
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29600	3.3	66	284	108.7	48.1
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	83020	6.6	1131	391	98.2	61.0
slpr-b-04	0.02	0.02	0.04	138958	9.5	2888	448	96.7	58.7
slpr-b-05	0.06	0.00	0.06	234073	11.5	2648	619	115.6	76.3
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18812	0.9	316	111	41.6	26.3
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37375	2.9	389	258	76.6	41.1
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	118172	6.3	683	397	66.3	50.6
slpr-c-04	0.05	0.00	0.05	177090	5.1	1239	431	60.4	44.1
slpr-c-05	0.06	0.00	0.06	274956	6.6	1224	566	59.8	53.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	13677.0	0.9	7.0	111.0	41.6	26.3
Máx.	0.06	0.02	0.07	274956.0	11.5	2888.0	619.0	115.6	76.3
Méd.	0.02	0.01	0.03	107313.2	5.6	1009.9	351.1	77.4	49.0

Tabela B.3: Tempos e critérios de avaliação com C1211, C1212 e C1213 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C1211									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13669	1.4	47	144	56.2	30.8
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	28965	3.3	155	253	106.5	62.6
slpr-a-03	0.03	0.02	0.05	78636	3.3	328	379	97.7	54.2
slpr-a-04	0.05	0.02	0.07	135176	6.5	505	464	88.5	65.1
slpr-a-05	0.08	0.03	0.11	221946	9.5	964	576	93.9	62.4
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15186	2.4	60	163	68.2	41.8
slpr-b-02	0.00	0.02	0.02	29624	3.4	364	255	116.1	53.0
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	83042	6.7	256	500	128.4	78.0
slpr-b-04	0.05	0.02	0.07	137591	8.4	726	560	119.3	72.6
slpr-b-05	0.08	0.03	0.11	231073	10.1	1149	636	126.6	70.1
slpr-c-01	0.00	0.02	0.02	18980	1.8	80	122	40.7	25.6
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37173	2.3	101	203	94.4	54.5
slpr-c-03	0.05	0.02	0.07	116745	5.1	712	444	81.8	58.6
slpr-c-04	0.06	0.03	0.09	177031	5.1	773	507	71.2	55.7
slpr-c-05	0.13	0.03	0.16	272110	5.5	999	520	82.1	63.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13669.0	1.4	47.0	122.0	40.7	25.6
Máx.	0.13	0.03	0.16	272110.0	10.1	1149.0	636.0	128.4	78.0
Méd.	0.04	0.02	0.06	106463.1	5.0	481.3	381.7	91.4	56.6
C1212									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13749	2.0	217	144	56.2	30.8
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29626	5.6	16	253	106.5	62.6
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	80134	5.3	557	379	97.7	54.2
slpr-a-04	0.05	0.00	0.05	136996	7.9	537	464	88.5	65.1
slpr-a-05	0.08	0.00	0.08	225150	11.1	735	576	93.9	62.4
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15228	2.6	74	163	68.2	41.8
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29472	2.9	486	255	116.1	53.0
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	84188	8.1	661	500	128.4	78.0
slpr-b-04	0.03	0.02	0.05	140043	10.3	577	560	119.3	72.6
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	237196	13.0	1426	636	126.6	70.1
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	19004	2.0	6	122	40.7	25.6
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37211	2.4	93	203	94.4	54.5
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	117765	6.0	363	444	81.8	58.6
slpr-c-04	0.06	0.00	0.06	177915	5.6	695	507	71.2	55.7
slpr-c-05	0.11	0.02	0.13	274409	6.4	1081	520	82.1	63.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	2.0	6.0	122.0	40.7	25.6
Máx.	0.11	0.02	0.13	274409.0	13.0	1426.0	636.0	128.4	78.0
Méd.	0.04	0.00	0.04	107872.4	6.1	501.6	381.7	91.4	56.6
C1213									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13749	2.0	217	144	56.2	30.8
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29312	4.5	82	253	106.5	62.6
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79595	4.6	307	379	97.7	54.2
slpr-a-04	0.05	0.00	0.05	137191	8.1	555	464	88.5	65.1
slpr-a-05	0.08	0.00	0.08	224729	10.8	891	576	93.9	62.4
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15263	2.9	39	163	68.2	41.8
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29436	2.7	450	255	116.1	53.0
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	84120	8.0	610	500	128.4	78.0
slpr-b-04	0.05	0.00	0.05	138667	9.2	706	560	119.3	72.6
slpr-b-05	0.09	0.00	0.09	234154	11.6	1577	636	126.6	70.1
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	19076	2.3	78	122	40.7	25.6
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37377	2.9	149	203	94.4	54.5
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	117676	5.9	260	444	81.8	58.6
slpr-c-04	0.06	0.02	0.08	178753	6.1	734	507	71.2	55.7
slpr-c-05	0.11	0.02	0.13	275564	6.9	1178	520	82.1	63.5
Mín.	0.02	0.00	0.02	13749.0	2.0	39.0	122.0	40.7	25.6
Máx.	0.11	0.02	0.13	275564.0	11.6	1577.0	636.0	128.4	78.0
Méd.	0.04	0.00	0.05	107644.1	5.9	522.2	381.7	91.4	56.6

Tabela B.4: Tempos e critérios de avaliação com C1221, C1222 e C1223 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C1221									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13681	1.5	33	143	46.8	27.7
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29273	4.4	141	269	85.5	45.3
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78624	3.3	465	380	89.6	49.0
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	134310	5.8	679	429	75.1	58.9
slpr-a-05	0.06	0.03	0.09	220461	8.7	942	480	76.0	54.3
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15187	2.4	153	163	63.4	43.0
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29636	3.4	792	290	109.3	48.8
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	82545	6.0	714	385	97.4	59.5
slpr-b-04	0.03	0.02	0.05	135854	7.0	931	465	97.7	60.0
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	230330	9.8	2978	624	116.0	75.1
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18879	1.3	239	111	41.6	26.3
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37279	2.6	265	258	75.9	40.5
slpr-c-03	0.03	0.02	0.05	116673	5.0	645	377	65.3	49.2
slpr-c-04	0.06	0.02	0.08	175807	4.4	713	378	60.2	43.2
slpr-c-05	0.08	0.05	0.13	272307	5.6	901	556	59.3	52.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13681.0	1.3	33.0	111.0	41.6	26.3
Máx.	0.08	0.05	0.13	272307.0	9.8	2978.0	624.0	116.0	75.1
Méd.	0.03	0.01	0.05	106056.4	4.7	706.1	353.9	77.3	48.9
C1222									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13636	1.1	34	143	46.8	27.7
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29868	6.5	48	269	85.5	45.3
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	80126	5.3	220	380	89.6	49.0
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	136256	7.3	691	429	75.1	58.9
slpr-a-05	0.06	0.00	0.06	224626	10.8	1136	480	76.0	54.3
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15199	2.5	73	163	63.4	43.0
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29709	3.7	543	290	109.3	48.8
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	82902	6.5	968	385	97.4	59.5
slpr-b-04	0.05	0.00	0.05	138247	8.9	625	465	97.7	60.0
slpr-b-05	0.06	0.00	0.06	238396	13.6	3627	624	116.0	75.1
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18805	0.9	309	111	41.6	26.3
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37574	3.4	102	258	75.9	40.5
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	117826	6.0	770	377	65.3	49.2
slpr-c-04	0.05	0.00	0.05	176391	4.7	569	378	60.2	43.2
slpr-c-05	0.08	0.00	0.08	274690	6.5	799	556	59.3	52.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13636.0	0.9	34.0	111.0	41.6	26.3
Máx.	0.08	0.02	0.08	274690.0	13.6	3627.0	624.0	116.0	75.1
Méd.	0.03	0.00	0.03	107616.7	5.8	700.9	353.9	77.3	48.9
C1223									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13677	1.4	7	143	46.8	27.7
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29563	5.4	37	269	85.5	45.3
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79618	4.6	326	380	89.6	49.0
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	136148	7.2	774	429	75.1	58.9
slpr-a-05	0.06	0.00	0.06	224109	10.5	957	480	76.0	54.3
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15199	2.5	73	163	63.4	43.0
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29453	2.8	541	290	109.3	48.8
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	82992	6.6	837	385	97.4	59.5
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	137416	8.3	1173	465	97.7	60.0
slpr-b-05	0.08	0.00	0.08	235723	12.3	3640	624	116.0	75.1
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18812	0.9	316	111	41.6	26.3
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37537	3.3	269	258	75.9	40.5
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	118350	6.5	862	377	65.3	49.2
slpr-c-04	0.06	0.00	0.06	177164	5.2	547	378	60.2	43.2
slpr-c-05	0.09	0.00	0.09	274795	6.6	1307	556	59.3	52.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13677.0	0.9	7.0	111.0	41.6	26.3
Máx.	0.09	0.02	0.09	274795.0	12.3	3640.0	624.0	116.0	75.1
Méd.	0.03	0.00	0.03	107370.4	5.6	777.7	353.9	77.3	48.9

Tabela B.5: Tempos e critérios de avaliação com C2111, C2112 e C2113 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C2111									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13669	1.4	47	144	58.6	32.6
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29115	3.8	567	219	69.3	41.9
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	79028	3.8	940	433	96.0	66.8
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	133177	4.9	675	465	153.0	101.7
slpr-a-05	0.05	0.03	0.08	219384	8.2	1430	700	250.8	160.1
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15138	2.0	498	163	58.4	37.2
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29512	3.0	572	321	97.2	59.4
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83323	7.0	1159	504	106.6	64.2
slpr-b-04	0.02	0.02	0.04	137594	8.4	470	594	226.4	128.9
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	232354	10.7	1496	726	264.5	150.5
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	19008	2.0	14	142	30.0	24.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37312	2.7	214	257	57.4	41.2
slpr-c-03	0.03	0.02	0.05	115752	4.2	668	455	145.5	104.3
slpr-c-04	0.06	0.03	0.09	176198	4.6	1292	584	71.6	56.0
slpr-c-05	0.08	0.05	0.13	272721	5.8	1222	586	104.9	71.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	13669.0	1.4	14.0	142.0	30.0	24.4
Máx.	0.08	0.05	0.13	272721.0	10.7	1496.0	726.0	264.5	160.1
Méd.	0.03	0.02	0.05	106219.0	4.8	750.9	419.5	119.3	76.0
C2112									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13749	2.0	217	144	58.6	32.6
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29859	6.4	645	219	69.3	41.9
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79956	5.0	615	433	96.0	66.8
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	138015	8.7	797	465	153.0	101.7
slpr-a-05	0.05	0.02	0.07	228579	12.7	1129	700	250.8	160.1
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15073	1.6	315	163	58.4	37.2
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	30206	5.4	622	321	97.2	59.4
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83753	7.6	927	504	106.6	64.2
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	143005	12.7	535	594	226.4	128.9
slpr-b-05	0.08	0.00	0.08	243538	16.1	2098	726	264.5	150.5
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18893	1.4	113	142	30.0	24.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37421	3.0	1	257	57.4	41.2
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	118617	6.7	775	455	145.5	104.3
slpr-c-04	0.06	0.00	0.06	177651	5.5	1143	584	71.6	56.0
slpr-c-05	0.08	0.00	0.08	275719	6.9	1696	586	104.9	71.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	1.4	1.0	142.0	30.0	24.4
Máx.	0.08	0.02	0.08	275719.0	16.1	2098.0	726.0	264.5	160.1
Méd.	0.03	0.00	0.03	108935.6	6.8	775.2	419.5	119.3	76.0
C2113									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13749	2.0	217	144	58.6	32.6
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29467	5.0	685	219	69.3	41.9
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79872	4.9	753	433	96.0	66.8
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	136801	7.8	1053	465	153.0	101.7
slpr-a-05	0.05	0.00	0.05	223415	10.2	1267	700	250.8	160.1
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15144	2.1	386	163	58.4	37.2
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	30107	5.1	765	321	97.2	59.4
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	83159	6.8	1150	504	106.6	64.2
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	139800	10.1	533	594	226.4	128.9
slpr-b-05	0.06	0.02	0.08	235917	12.4	1815	726	264.5	150.5
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18998	1.9	8	142	30.0	24.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37547	3.3	89	257	57.4	41.2
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	119083	7.2	799	455	145.5	104.3
slpr-c-04	0.06	0.00	0.06	178181	5.8	1270	584	71.6	56.0
slpr-c-05	0.08	0.00	0.08	275812	6.9	1600	586	104.9	71.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	1.9	8.0	142.0	30.0	24.4
Máx.	0.08	0.02	0.08	275812.0	12.4	1815.0	726.0	264.5	160.1
Méd.	0.03	0.00	0.03	107803.5	6.1	826.0	419.5	119.3	76.0

Tabela B.6: Tempos e critérios de avaliação com C2121, C2122 e C2123 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C2121									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13681	1.5	33	143	50.1	29.3
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29013	3.4	585	280	60.4	40.3
slpr-a-03	0.00	0.00	0.00	78001	2.5	428	274	74.4	42.4
slpr-a-04	0.02	0.02	0.04	134144	5.7	683	485	156.2	102.2
slpr-a-05	0.05	0.03	0.08	219425	8.2	1245	657	251.4	161.2
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15084	1.7	248	163	55.8	41.7
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29499	2.9	61	321	86.4	48.7
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83117	6.8	1169	435	86.1	62.0
slpr-b-04	0.02	0.02	0.04	137231	8.1	944	599	226.5	129.6
slpr-b-05	0.06	0.03	0.09	231055	10.1	1579	698	252.2	155.1
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18815	0.9	609	127	27.2	23.6
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	36842	1.4	232	255	50.7	36.0
slpr-c-03	0.02	0.02	0.04	116128	4.5	348	466	140.5	108.2
slpr-c-04	0.05	0.02	0.07	176136	4.6	832	551	62.0	57.3
slpr-c-05	0.05	0.03	0.08	271863	5.4	1359	625	101.7	76.4
Mín.	0.00	0.00	0.00	13681.0	0.9	33.0	127.0	27.2	23.6
Máx.	0.06	0.03	0.09	271863.0	10.1	1579.0	698.0	252.2	161.2
Méd.	0.02	0.01	0.03	106002.3	4.5	690.3	405.3	112.1	74.3
C2122									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13636	1.1	34	143	50.1	29.3
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	30094	7.3	808	280	60.4	40.3
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79332	4.2	411	274	74.4	42.4
slpr-a-04	0.02	0.02	0.04	138494	9.1	696	485	156.2	102.2
slpr-a-05	0.05	0.00	0.05	229561	13.2	1124	657	251.4	161.2
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15095	1.8	267	163	55.8	41.7
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29508	3.0	72	321	86.4	48.7
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83377	7.1	941	435	86.1	62.0
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	141997	11.9	911	599	226.5	129.6
slpr-b-05	0.08	0.00	0.08	243102	15.9	3225	698	252.2	155.1
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18808	0.9	678	127	27.2	23.6
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	36872	1.5	160	255	50.7	36.0
slpr-c-03	0.02	0.00	0.02	119434	7.5	405	466	140.5	108.2
slpr-c-04	0.05	0.00	0.05	178580	6.0	752	551	62.0	57.3
slpr-c-05	0.06	0.00	0.06	277177	7.5	2370	625	101.7	76.4
Mín.	0.00	0.00	0.00	13636.0	0.9	34.0	127.0	27.2	23.6
Máx.	0.08	0.02	0.08	277177.0	15.9	3225.0	698.0	252.2	161.2
Méd.	0.03	0.00	0.03	109004.5	6.5	856.9	405.3	112.1	74.3
C2123									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13677	1.4	7	143	50.1	29.3
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29638	5.7	676	280	60.4	40.3
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	78850	3.6	340	274	74.4	42.4
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	137089	8.0	357	485	156.2	102.2
slpr-a-05	0.05	0.00	0.05	224681	10.8	1324	657	251.4	161.2
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15116	1.9	288	163	55.8	41.7
slpr-b-02	0.00	0.02	0.02	29074	1.5	288	321	86.4	48.7
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83760	7.6	733	435	86.1	62.0
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	139185	9.7	702	599	226.5	129.6
slpr-b-05	0.08	0.00	0.08	235739	12.3	3063	698	252.2	155.1
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18815	0.9	685	127	27.2	23.6
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37245	2.5	61	255	50.7	36.0
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	119712	7.7	458	466	140.5	108.2
slpr-c-04	0.05	0.00	0.05	178844	6.2	934	551	62.0	57.3
slpr-c-05	0.05	0.02	0.07	277117	7.5	1724	625	101.7	76.4
Mín.	0.00	0.00	0.00	13677.0	0.9	7.0	127.0	27.2	23.6
Máx.	0.08	0.02	0.08	277117.0	12.3	3063.0	698.0	252.2	161.2
Méd.	0.03	0.00	0.03	107902.8	5.8	776.0	405.3	112.1	74.3

Tabela B.7: Tempos e critérios de avaliação com C2211, C2212 e C2213 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C2211									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13669	1.4	47	144	58.6	32.6
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29228	4.2	186	213	68.5	41.7
slpr-a-03	0.03	0.02	0.05	79295	4.2	487	431	93.5	61.4
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	134377	5.9	461	485	155.4	100.9
slpr-a-05	0.06	0.03	0.09	220198	8.6	1109	660	251.1	160.3
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15142	2.1	44	163	58.2	36.7
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29441	2.7	165	321	93.9	55.6
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	83410	7.1	776	499	105.3	63.7
slpr-b-04	0.03	0.02	0.05	137217	8.1	1123	599	225.2	129.3
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	230317	9.8	1153	718	256.8	152.6
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	19008	2.0	14	142	30.0	24.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37308	2.7	104	257	57.8	41.2
slpr-c-03	0.05	0.02	0.07	116066	4.5	629	470	142.6	105.5
slpr-c-04	0.06	0.03	0.09	177500	5.4	1364	569	72.3	58.3
slpr-c-05	0.09	0.03	0.12	274406	6.4	1031	601	103.4	71.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	13669.0	1.4	14.0	142.0	30.0	24.4
Máx.	0.09	0.03	0.12	274406.0	9.8	1364.0	718.0	256.8	160.3
Méd.	0.04	0.01	0.05	106438.8	5.0	579.5	418.1	118.2	75.7
C2212									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13749	2.0	217	144	58.6	32.6
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29778	6.2	296	213	68.5	41.7
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79987	5.1	188	431	93.5	61.4
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	138453	9.1	146	485	155.4	100.9
slpr-a-05	0.08	0.00	0.08	229315	13.1	1234	660	251.1	160.3
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15103	1.8	105	163	58.2	36.7
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	30175	5.3	233	321	93.9	55.6
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	83957	7.8	721	499	105.3	63.7
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	144055	13.5	1257	599	225.2	129.3
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	241732	15.2	1136	718	256.8	152.6
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18893	1.4	113	142	30.0	24.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37537	3.3	35	257	57.8	41.2
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	119045	7.1	1254	470	142.6	105.5
slpr-c-04	0.06	0.02	0.08	178117	5.7	819	569	72.3	58.3
slpr-c-05	0.09	0.00	0.09	279084	8.2	906	601	103.4	71.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	1.4	35.0	142.0	30.0	24.4
Máx.	0.09	0.02	0.10	279084.0	15.2	1257.0	718.0	256.8	160.3
Méd.	0.04	0.00	0.04	109265.3	7.0	577.3	418.1	118.2	75.7
C2213									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13749	2.0	217	144	58.6	32.6
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29490	5.1	440	213	68.5	41.7
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	79791	4.8	390	431	93.5	61.4
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	137961	8.7	416	485	155.4	100.9
slpr-a-05	0.06	0.00	0.06	224074	10.5	1123	660	251.1	160.3
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15144	2.1	64	163	58.2	36.7
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30136	5.2	124	321	93.9	55.6
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	83304	7.0	854	499	105.3	63.7
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	139913	10.2	1039	599	225.2	129.3
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	235383	12.2	1522	718	256.8	152.6
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18998	1.9	8	142	30.0	24.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37535	3.3	383	257	57.8	41.2
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	119165	7.2	985	470	142.6	105.5
slpr-c-04	0.08	0.00	0.08	178954	6.2	1162	569	72.3	58.3
slpr-c-05	0.09	0.00	0.09	278340	7.9	1137	601	103.4	71.3
Mín.	0.00	0.00	0.00	13749.0	1.9	8.0	142.0	30.0	24.4
Máx.	0.09	0.02	0.10	278340.0	12.2	1522.0	718.0	256.8	160.3
Méd.	0.03	0.00	0.04	108129.1	6.3	657.6	418.1	118.2	75.7

Tabela B.8: Tempos e critérios de avaliação com C2221, C2222 e C2223 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
C2221									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13681	1.5	33	143	50.1	29.3
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29013	3.4	585	280	60.4	40.3
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78001	2.5	428	274	74.4	42.4
slpr-a-04	0.03	0.02	0.05	133704	5.3	317	485	153.7	102.5
slpr-a-05	0.05	0.03	0.08	220776	8.9	1755	636	249.4	161.0
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15084	1.7	248	163	55.8	41.7
slpr-b-02	0.00	0.02	0.02	29499	2.9	61	321	86.4	48.7
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	83228	6.9	857	474	85.7	61.1
slpr-b-04	0.03	0.02	0.05	137559	8.4	1049	601	225.2	128.6
slpr-b-05	0.08	0.02	0.10	229585	9.4	1717	712	253.7	154.9
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18815	0.9	549	107	26.4	21.5
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	36849	1.4	141	257	50.8	36.0
slpr-c-03	0.03	0.02	0.05	116476	4.8	429	455	140.1	108.1
slpr-c-04	0.05	0.03	0.08	176816	5.0	1151	582	60.7	54.4
slpr-c-05	0.08	0.03	0.11	272911	5.8	1315	636	101.8	78.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	13681.0	0.9	33.0	107.0	26.4	21.5
Máx.	0.08	0.03	0.11	272911.0	9.4	1755.0	712.0	253.7	161.0
Méd.	0.03	0.02	0.05	106133.1	4.6	709.0	408.4	111.6	73.9
C2222									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13636	1.1	34	143	50.1	29.3
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	30094	7.3	808	280	60.4	40.3
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79332	4.2	411	274	74.4	42.4
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	138672	9.2	671	485	153.7	102.5
slpr-a-05	0.05	0.00	0.05	229979	13.4	1485	636	249.4	161.0
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15095	1.8	267	163	55.8	41.7
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29508	3.0	72	321	86.4	48.7
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	84437	8.4	732	474	85.7	61.1
slpr-b-04	0.03	0.00	0.03	142489	12.3	1476	601	225.2	128.6
slpr-b-05	0.06	0.02	0.08	243162	15.9	1674	712	253.7	154.9
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18797	0.8	469	107	26.4	21.5
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	36939	1.7	129	257	50.8	36.0
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	120267	8.2	438	455	140.1	108.1
slpr-c-04	0.05	0.00	0.05	178722	6.1	783	582	60.7	54.4
slpr-c-05	0.08	0.00	0.08	277287	7.5	2267	636	101.8	78.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	13636.0	0.8	34.0	107.0	26.4	21.5
Máx.	0.08	0.02	0.08	277287.0	15.9	2267.0	712.0	253.7	161.0
Méd.	0.03	0.00	0.03	109227.7	6.7	781.1	408.4	111.6	73.9
C2223									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13677	1.4	7	143	50.1	29.3
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29638	5.7	676	280	60.4	40.3
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	78850	3.6	340	274	74.4	42.4
slpr-a-04	0.03	0.00	0.03	136532	7.6	644	485	153.7	102.5
slpr-a-05	0.05	0.00	0.05	224828	10.9	1818	636	249.4	161.0
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15116	1.9	288	163	55.8	41.7
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29074	1.5	288	321	86.4	48.7
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83441	7.2	611	474	85.7	61.1
slpr-b-04	0.05	0.00	0.05	140276	10.5	1255	601	225.2	128.6
slpr-b-05	0.08	0.00	0.08	235274	12.1	2504	712	253.7	154.9
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18804	0.9	462	107	26.4	21.5
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37209	2.4	73	257	50.8	36.0
slpr-c-03	0.03	0.00	0.03	119135	7.2	874	455	140.1	108.1
slpr-c-04	0.06	0.00	0.06	178720	6.1	669	582	60.7	54.4
slpr-c-05	0.08	0.00	0.08	277832	7.7	1457	636	101.8	78.1
Mín.	0.00	0.00	0.00	13677.0	0.9	7.0	107.0	26.4	21.5
Máx.	0.08	0.00	0.08	277832.0	12.1	2504.0	712.0	253.7	161.0
Méd.	0.03	0.00	0.03	107893.7	5.8	797.7	408.4	111.6	73.9

B.2 TPH(STH)

Tabela B.9: Tempos e critérios de avaliação com S1111, S1112 e S1113 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S1111									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13761.00	2.05	179	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29183.00	4.03	1031	265	82.2	41.0
slpr-a-03	0.00	0.02	0.02	78345.00	2.93	658	266	82.9	38.0
slpr-a-04	0.00	0.03	0.03	135260.00	6.55	1111	382	71.4	55.1
slpr-a-05	0.00	0.02	0.02	221679.00	9.34	1829	453	70.6	47.4
slpr-b-01	0.00	0.02	0.02	15314.00	3.23	542	194	59.4	41.2
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29726.00	3.74	512	284	106.2	45.1
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	82980.00	6.58	687	373	86.8	48.4
slpr-b-04	0.02	0.02	0.04	138827.00	9.37	2493	458	83.7	46.9
slpr-b-05	0.00	0.03	0.03	237982.00	13.41	1422	619	104.3	71.8
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18985.00	1.86	103	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	36997.00	1.81	397	258	76.3	40.6
slpr-c-03	0.00	0.02	0.02	117022.00	5.31	918	368	63.9	49.5
slpr-c-04	0.00	0.02	0.02	176046.00	4.51	832	428	60.5	46.0
slpr-c-05	0.02	0.03	0.05	273039.00	5.87	1537	566	60.0	57.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	13761.00	1.81	103.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.02	0.03	0.05	273039.00	13.41	2493.0	619.0	106.2	71.8
Méd.	0.01	0.02	0.02	107009.73	5.37	950.1	344.5	72.8	45.1
S1112									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13771.00	2.13	33	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29804.00	6.25	636	265	82.2	41.0
slpr-a-03	0.00	0.00	0.00	79809.00	4.85	752	266	82.9	38.0
slpr-a-04	0.00	0.00	0.00	137758.00	8.52	950	382	71.4	55.1
slpr-a-05	0.00	0.00	0.00	226853.00	11.90	1356	453	70.6	47.4
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15233.00	2.68	465	194	59.4	41.2
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30197.00	5.38	363	284	106.2	45.1
slpr-b-03	0.00	0.00	0.00	83961.00	7.84	305	373	86.8	48.4
slpr-b-04	0.02	0.00	0.02	141561.00	11.53	2005	458	83.7	46.9
slpr-b-05	0.02	0.00	0.02	244795.00	16.66	1483	619	104.3	71.8
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18848.00	1.12	238	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37381.00	2.87	595	258	76.3	40.6
slpr-c-03	0.00	0.00	0.00	118188.00	6.36	1054	368	63.9	49.5
slpr-c-04	0.00	0.00	0.00	177148.00	5.17	1081	428	60.5	46.0
slpr-c-05	0.02	0.00	0.02	275307.00	6.75	1637	566	60.0	57.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	13771.00	1.12	33.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.02	0.02	0.02	275307.00	16.66	2005.0	619.0	106.2	71.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	108707.60	6.67	863.5	344.5	72.8	45.1
S1113									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13771.00	2.13	33	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29804.00	6.25	636	265	82.2	41.0
slpr-a-03	0.00	0.00	0.00	79809.00	4.85	752	266	82.9	38.0
slpr-a-04	0.00	0.00	0.00	137758.00	8.52	950	382	71.4	55.1
slpr-a-05	0.00	0.00	0.00	226853.00	11.90	1356	453	70.6	47.4
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15233.00	2.68	465	194	59.4	41.2
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30197.00	5.38	363	284	106.2	45.1
slpr-b-03	0.00	0.00	0.00	83961.00	7.84	305	373	86.8	48.4
slpr-b-04	0.02	0.00	0.02	141561.00	11.53	2005	458	83.7	46.9
slpr-b-05	0.02	0.00	0.02	244795.00	16.66	1483	619	104.3	71.8
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18848.00	1.12	238	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37381.00	2.87	595	258	76.3	40.6
slpr-c-03	0.00	0.00	0.00	118188.00	6.36	1054	368	63.9	49.5
slpr-c-04	0.00	0.00	0.00	177148.00	5.17	1081	428	60.5	46.0
slpr-c-05	0.02	0.00	0.02	275307.00	6.75	1637	566	60.0	57.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	13771.00	1.12	33.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.02	0.02	0.02	275307.00	16.66	2005.0	619.0	106.2	71.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	108707.60	6.67	863.5	344.5	72.8	45.1

Tabela B.10: Tempos e critérios de avaliação com S1121, S1122 e S1123 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S1121									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13714.00	1.71	148	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29247.00	4.26	439	269	82.9	42.3
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78065.00	2.56	243	296	84.1	39.9
slpr-a-04	0.06	0.02	0.08	134916.00	6.28	1103	447	73.9	60.2
slpr-a-05	0.28	0.03	0.31	220591.00	8.81	1822	459	71.8	46.8
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15102.00	1.80	358	149	61.3	40.4
slpr-b-02	0.00	0.02	0.02	29721.00	3.72	341	284	107.0	45.8
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83162.00	6.81	1117	445	93.7	61.0
slpr-b-04	0.08	0.02	0.10	138807.00	9.36	2167	406	85.9	44.8
slpr-b-05	0.31	0.02	0.33	236221.00	12.57	1842	647	113.7	74.0
slpr-c-01	0.00	0.02	0.02	18956.00	1.70	84	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.00	0.02	0.02	36978.00	1.76	628	258	76.7	41.1
slpr-c-03	0.06	0.02	0.08	116318.00	4.68	1517	410	63.6	47.8
slpr-c-04	0.19	0.02	0.21	175076.00	3.94	964	335	59.3	41.8
slpr-c-05	0.50	0.05	0.55	272911.00	5.82	1449	580	58.8	53.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	13714.00	1.70	84.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.50	0.05	0.55	272911.00	12.57	2167.0	647.0	113.7	74.0
Méd.	0.10	0.02	0.12	106652.33	5.05	948.1	348.7	74.6	46.0
S1122									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13704.00	1.63	74	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	30121.00	7.38	113	269	82.9	42.3
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79229.00	4.09	434	296	84.1	39.9
slpr-a-04	0.06	0.00	0.06	137550.00	8.35	773	447	73.9	60.2
slpr-a-05	0.28	0.00	0.28	224292.00	10.63	1616	459	71.8	46.8
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15030.00	1.31	372	149	61.3	40.4
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29995.00	4.68	343	284	107.0	45.8
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	83434.00	7.16	880	445	93.7	61.0
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	141520.00	11.49	2098	406	85.9	44.8
slpr-b-05	0.31	0.02	0.33	243367.00	15.98	1931	647	113.7	74.0
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18856.00	1.16	260	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37163.00	2.27	709	258	76.7	41.1
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	117648.00	5.88	1310	410	63.6	47.8
slpr-c-04	0.19	0.00	0.19	176303.00	4.67	835	335	59.3	41.8
slpr-c-05	0.50	0.02	0.52	275269.00	6.74	1421	580	58.8	53.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	13704.00	1.16	74.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.50	0.02	0.52	275269.00	15.98	2098.0	647.0	113.7	74.0
Méd.	0.10	0.00	0.11	108232.07	6.23	877.9	348.7	74.6	46.0
S1123									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13732.00	1.84	46	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29907.00	6.61	17	269	82.9	42.3
slpr-a-03	0.03	0.00	0.03	79987.00	5.09	310	296	84.1	39.9
slpr-a-04	0.06	0.02	0.08	137798.00	8.55	840	447	73.9	60.2
slpr-a-05	0.28	0.02	0.30	224897.00	10.93	1737	459	71.8	46.8
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15030.00	1.31	372	149	61.3	40.4
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29926.00	4.44	286	284	107.0	45.8
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	83827.00	7.67	1122	445	93.7	61.0
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	141140.00	11.19	2163	406	85.9	44.8
slpr-b-05	0.31	0.00	0.31	241768.00	15.22	2036	647	113.7	74.0
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18856.00	1.16	260	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37193.00	2.35	607	258	76.7	41.1
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	118332.00	6.49	1069	410	63.6	47.8
slpr-c-04	0.19	0.00	0.19	176060.00	4.52	808	335	59.3	41.8
slpr-c-05	0.50	0.02	0.52	276404.00	7.18	1430	580	58.8	53.0
Mín.	0.00	0.00	0.00	13732.00	1.16	17.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.50	0.02	0.52	276404.00	15.22	2163.0	647.0	113.7	74.0
Méd.	0.10	0.01	0.11	108323.80	6.30	873.5	348.7	74.6	46.0

Tabela B.11: Tempos e critérios de avaliação com S1211, S1212 e S1213 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S1211									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13761.00	2.05	179	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29249.00	4.27	285	265	82.1	41.1
slpr-a-03	0.00	0.02	0.02	78511.00	3.15	711	304	83.1	38.8
slpr-a-04	0.00	0.02	0.02	135635.00	6.84	884	399	72.7	56.7
slpr-a-05	0.00	0.02	0.02	222398.00	9.70	753	573	71.4	49.6
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15320.00	3.27	194	194	59.7	41.5
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29744.00	3.80	32	284	106.3	45.2
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83449.00	7.18	179	349	86.5	47.5
slpr-b-04	0.02	0.02	0.04	139234.00	9.69	861	422	81.8	42.3
slpr-b-05	0.00	0.03	0.03	238692.00	13.75	841	584	104.2	71.0
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	19025.00	2.07	213	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37131.00	2.18	213	258	75.9	40.2
slpr-c-03	0.00	0.02	0.02	116560.00	4.90	350	368	63.1	47.3
slpr-c-04	0.02	0.02	0.04	175943.00	4.45	1013	428	60.2	45.6
slpr-c-05	0.02	0.03	0.05	272530.00	5.68	657	566	59.2	54.6
Mín.	0.00	0.00	0.00	13761.00	2.05	32.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.02	0.03	0.05	272530.00	13.75	1013.0	584.0	106.3	71.0
Méd.	0.01	0.01	0.02	107145.47	5.53	491.0	349.8	72.7	44.6
S1212									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13771.00	2.13	33	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	30129.00	7.40	3	265	82.1	41.1
slpr-a-03	0.00	0.00	0.00	79812.00	4.86	643	304	83.1	38.8
slpr-a-04	0.02	0.00	0.02	138172.00	8.84	755	399	72.7	56.7
slpr-a-05	0.02	0.00	0.02	226529.00	11.74	941	573	71.4	49.6
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15363.00	3.56	39	194	59.7	41.5
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30078.00	4.97	176	284	106.3	45.2
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	84228.00	8.18	761	349	86.5	47.5
slpr-b-04	0.00	0.00	0.00	141205.00	11.24	790	422	81.8	42.3
slpr-b-05	0.02	0.00	0.02	245517.00	17.00	873	584	104.2	71.0
slpr-c-01	0.00	0.02	0.02	18939.00	1.61	39	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37421.00	2.98	337	258	75.9	40.2
slpr-c-03	0.00	0.02	0.02	118249.00	6.42	546	368	63.1	47.3
slpr-c-04	0.00	0.00	0.00	177517.00	5.39	779	428	60.2	45.6
slpr-c-05	0.02	0.02	0.04	276088.00	7.06	669	566	59.2	54.6
Mín.	0.00	0.00	0.00	13771.00	1.61	3.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.02	0.02	0.04	276088.00	17.00	941.0	584.0	106.3	71.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	108867.87	6.89	492.3	349.8	72.7	44.6
S1213									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13846.00	2.68	42	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29962.00	6.81	116	265	82.1	41.1
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79638.00	4.63	480	304	83.1	38.8
slpr-a-04	0.00	0.02	0.02	138228.00	8.89	985	399	72.7	56.7
slpr-a-05	0.02	0.00	0.02	227517.00	12.22	1047	573	71.4	49.6
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15394.00	3.77	8	194	59.7	41.5
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29963.00	4.57	187	284	106.3	45.2
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83640.00	7.42	799	349	86.5	47.5
slpr-b-04	0.00	0.02	0.02	140354.00	10.57	1078	422	81.8	42.3
slpr-b-05	0.00	0.02	0.02	244615.00	16.57	943	584	104.2	71.0
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18939.00	1.61	39	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37415.00	2.96	113	258	75.9	40.2
slpr-c-03	0.00	0.00	0.00	118733.00	6.85	794	368	63.1	47.3
slpr-c-04	0.02	0.00	0.02	177330.00	5.28	715	428	60.2	45.6
slpr-c-05	0.02	0.00	0.02	276762.00	7.32	708	566	59.2	54.6
Mín.	0.00	0.00	0.00	13846.00	1.61	8.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.02	0.02	0.02	276762.00	16.57	1078.0	584.0	106.3	71.0
Méd.	0.01	0.00	0.01	108822.40	6.81	536.9	349.8	72.7	44.6

Tabela B.12: Tempos e critérios de avaliação com S1221, S1222 e S1223 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S1221									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13714.00	1.71	148	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29396.00	4.79	50	269	82.8	42.4
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	77988.00	2.46	104	241	83.6	38.2
slpr-a-04	0.08	0.02	0.10	134828.00	6.21	588	447	74.1	59.8
slpr-a-05	0.30	0.02	0.32	221036.00	9.03	727	459	71.9	48.4
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15120.00	1.92	308	194	61.0	40.2
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29761.00	3.86	437	303	107.3	46.2
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	82870.00	6.44	535	445	93.8	61.7
slpr-b-04	0.08	0.02	0.10	139281.00	9.73	645	492	85.5	44.8
slpr-b-05	0.30	0.03	0.33	236675.00	12.79	1159	589	115.2	74.5
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18956.00	1.70	84	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	36950.00	1.68	70	258	76.4	40.9
slpr-c-03	0.05	0.02	0.07	117456.00	5.70	1535	399	64.3	48.8
slpr-c-04	0.19	0.03	0.22	175346.00	4.10	664	338	58.1	39.9
slpr-c-05	0.52	0.03	0.55	273083.00	5.89	792	566	56.9	49.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	13714.00	1.68	50.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.52	0.03	0.55	273083.00	12.79	1535.0	589.0	115.2	74.5
Méd.	0.10	0.01	0.12	106830.67	5.20	523.1	349.7	74.5	45.7
S1222									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13704.00	1.63	74	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	30215.00	7.71	103	269	82.8	42.4
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78920.00	3.69	177	241	83.6	38.2
slpr-a-04	0.06	0.00	0.06	137068.00	7.97	395	447	74.1	59.8
slpr-a-05	0.28	0.00	0.28	224625.00	10.80	838	459	71.9	48.4
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15062.00	1.53	372	194	61.0	40.2
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30037.00	4.83	437	303	107.3	46.2
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	83477.00	7.22	953	445	93.8	61.7
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	142071.00	11.93	789	492	85.5	44.8
slpr-b-05	0.31	0.02	0.33	243646.00	16.11	1231	589	115.2	74.5
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18856.00	1.16	260	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37191.00	2.34	207	258	76.4	40.9
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	117806.00	6.02	549	399	64.3	48.8
slpr-c-04	0.19	0.00	0.19	176747.00	4.93	775	338	58.1	39.9
slpr-c-05	0.50	0.00	0.50	275126.00	6.68	626	566	56.9	49.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	13704.00	1.16	74.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.50	0.02	0.50	275126.00	16.11	1231.0	589.0	115.2	74.5
Méd.	0.10	0.00	0.11	108303.40	6.30	519.1	349.7	74.5	45.7
S1223									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13732.00	1.84	46	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29871.00	6.48	305	269	82.8	42.4
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79719.00	4.73	245	241	83.6	38.2
slpr-a-04	0.08	0.00	0.08	137553.00	8.36	475	447	74.1	59.8
slpr-a-05	0.28	0.00	0.28	225230.00	11.10	1000	459	71.9	48.4
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15062.00	1.53	372	194	61.0	40.2
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29966.00	4.58	382	303	107.3	46.2
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	83615.00	7.39	959	445	93.8	61.7
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	141690.00	11.63	778	492	85.5	44.8
slpr-b-05	0.31	0.02	0.33	243531.00	16.06	1242	589	115.2	74.5
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18856.00	1.16	260	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37191.00	2.34	75	258	76.4	40.9
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	118321.00	6.48	805	399	64.3	48.8
slpr-c-04	0.19	0.02	0.21	176414.00	4.73	790	338	58.1	39.9
slpr-c-05	0.50	0.00	0.50	276435.00	7.19	862	566	56.9	49.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	13732.00	1.16	46.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.50	0.02	0.50	276435.00	16.06	1242.0	589.0	115.2	74.5
Méd.	0.11	0.00	0.11	108479.07	6.37	573.1	349.7	74.5	45.7

Tabela B.13: Tempos e critérios de avaliação com S2111, S2112 e S2113 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S2111									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13710.00	1.68	368	124	48.1	26.0
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29240.00	4.23	222	280	55.9	35.8
slpr-a-03	0.00	0.02	0.02	79007.00	3.80	220	382	71.7	40.1
slpr-a-04	0.00	0.03	0.03	138038.00	8.74	389	483	146.1	103.5
slpr-a-05	0.02	0.02	0.04	231817.00	14.34	895	657	244.2	159.8
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15262.00	2.88	50	161	52.6	34.9
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29855.00	4.19	509	301	82.2	43.5
slpr-b-03	0.00	0.00	0.00	83171.00	6.82	360	386	74.9	50.7
slpr-b-04	0.00	0.02	0.02	143046.00	12.69	1109	594	213.1	134.3
slpr-b-05	0.00	0.03	0.03	243298.00	15.94	1319	688	230.8	153.9
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18840.00	1.08	500	127	27.6	23.6
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37053.00	1.96	15	255	51.5	37.0
slpr-c-03	0.00	0.02	0.02	117363.00	5.62	526	465	139.8	107.8
slpr-c-04	0.02	0.02	0.04	177367.00	5.30	1402	552	61.0	57.4
slpr-c-05	0.02	0.03	0.05	276142.00	7.08	1307	644	86.0	70.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	13710.00	1.08	15.0	124.0	27.6	23.6
Máx.	0.02	0.03	0.05	276142.00	15.94	1402.0	688.0	244.2	159.8
Méd.	0.01	0.01	0.02	108880.60	6.42	612.7	406.6	105.7	71.9
S2112									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13777.00	2.17	339	124	48.1	26.0
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	30076.00	7.22	228	280	55.9	35.8
slpr-a-03	0.00	0.00	0.00	80455.00	5.70	596	382	71.7	40.1
slpr-a-04	0.00	0.00	0.00	143433.00	12.99	1053	483	146.1	103.5
slpr-a-05	0.02	0.00	0.02	241825.00	19.28	1471	657	244.2	159.8
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15244.00	2.76	34	161	52.6	34.9
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	30285.00	5.69	1023	301	82.2	43.5
slpr-b-03	0.00	0.02	0.02	84932.00	9.08	493	386	74.9	50.7
slpr-b-04	0.00	0.00	0.00	148123.00	16.69	1595	594	213.1	134.3
slpr-b-05	0.02	0.00	0.02	257535.00	22.73	1313	688	230.8	153.9
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18823.00	0.99	547	127	27.6	23.6
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37058.00	1.98	20	255	51.5	37.0
slpr-c-03	0.00	0.00	0.00	121056.00	8.94	652	465	139.8	107.8
slpr-c-04	0.00	0.02	0.02	179187.00	6.38	1306	552	61.0	57.4
slpr-c-05	0.02	0.00	0.02	280303.00	8.69	1955	644	86.0	70.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	13777.00	0.99	20.0	124.0	27.6	23.6
Máx.	0.02	0.02	0.02	280303.00	22.73	1955.0	688.0	244.2	159.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	112140.80	8.75	841.7	406.6	105.7	71.9
S2113									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13777.00	2.17	339	124	48.1	26.0
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29873.00	6.49	61	280	55.9	35.8
slpr-a-03	0.00	0.00	0.00	80420.00	5.66	578	382	71.7	40.1
slpr-a-04	0.02	0.00	0.02	142732.00	12.44	1364	483	146.1	103.5
slpr-a-05	0.00	0.02	0.02	239643.00	18.21	954	657	244.2	159.8
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15279.00	2.99	1	161	52.6	34.9
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29796.00	3.99	488	301	82.2	43.5
slpr-b-03	0.00	0.00	0.00	84610.00	8.67	501	386	74.9	50.7
slpr-b-04	0.00	0.00	0.00	147234.00	15.99	1623	594	213.1	134.3
slpr-b-05	0.02	0.00	0.02	255758.00	21.88	1631	688	230.8	153.9
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18869.00	1.23	505	127	27.6	23.6
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37358.00	2.80	110	255	51.5	37.0
slpr-c-03	0.02	0.00	0.02	119738.00	7.76	399	465	139.8	107.8
slpr-c-04	0.00	0.00	0.00	179989.00	6.86	1401	552	61.0	57.4
slpr-c-05	0.02	0.02	0.04	279431.00	8.35	1493	644	86.0	70.7
Mín.	0.00	0.00	0.00	13777.00	1.23	1.0	124.0	27.6	23.6
Máx.	0.02	0.02	0.04	279431.00	21.88	1631.0	688.0	244.2	159.8
Méd.	0.01	0.00	0.01	111633.80	8.37	763.2	406.6	105.7	71.9

Tabela B.14: Tempos e critérios de avaliação com S2121, S2122 e S2123 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S2121									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13732.00	1.84	350	143	49.0	27.7
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	28960.00	3.24	254	280	58.3	39.1
slpr-a-03	0.03	0.02	0.05	78401.00	3.00	521	270	72.1	39.5
slpr-a-04	0.06	0.02	0.08	136217.00	7.30	687	483	151.6	105.0
slpr-a-05	0.28	0.03	0.31	227873.00	12.40	977	645	249.8	159.6
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15182.00	2.34	222	163	54.8	37.7
slpr-b-02	0.00	0.02	0.02	29762.00	3.87	142	297	82.5	44.1
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	83611.00	7.39	1030	447	80.1	55.7
slpr-b-04	0.08	0.02	0.10	142138.00	11.98	1021	572	218.8	131.2
slpr-b-05	0.31	0.02	0.33	240994.00	14.85	1614	690	240.7	150.4
slpr-c-01	0.00	0.02	0.02	18798.00	0.85	224	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.00	0.02	0.02	36986.00	1.78	220	240	51.1	36.9
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	116930.00	5.23	599	453	138.5	108.3
slpr-c-04	0.19	0.02	0.21	176503.00	4.79	791	571	62.9	60.0
slpr-c-05	0.52	0.03	0.55	275042.00	6.65	1479	662	88.7	72.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	13732.00	0.85	142.0	127.0	27.6	23.8
Máx.	0.52	0.03	0.55	275042.00	14.85	1614.0	690.0	249.8	159.6
Méd.	0.10	0.01	0.12	108075.27	5.83	675.4	402.9	108.4	72.8
S2122									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13668.00	1.36	332	143	49.0	27.7
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29968.00	6.83	408	280	58.3	39.1
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79776.00	4.81	358	270	72.1	39.5
slpr-a-04	0.08	0.00	0.08	140672.00	10.81	1192	483	151.6	105.0
slpr-a-05	0.28	0.02	0.30	238073.00	17.43	1328	645	249.8	159.6
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15183.00	2.35	221	163	54.8	37.7
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30358.00	5.95	832	297	82.5	44.1
slpr-b-03	0.02	0.00	0.02	85287.00	9.54	935	447	80.1	55.7
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	147647.00	16.32	1266	572	218.8	131.2
slpr-b-05	0.31	0.00	0.31	253544.00	20.83	2268	690	240.7	150.4
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18765.00	0.68	255	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37173.00	2.30	51	240	51.1	36.9
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	120156.00	8.13	638	453	138.5	108.3
slpr-c-04	0.19	0.00	0.19	178694.00	6.09	957	571	62.9	60.0
slpr-c-05	0.50	0.02	0.52	279385.00	8.33	1574	662	88.7	72.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	13668.00	0.68	51.0	127.0	27.6	23.8
Máx.	0.50	0.02	0.52	279385.00	20.83	2268.0	690.0	249.8	159.6
Méd.	0.10	0.00	0.11	111223.27	8.12	841.0	402.9	108.4	72.8
S2123									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13698.00	1.59	302	143	49.0	27.7
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29492.00	5.13	592	280	58.3	39.1
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79466.00	4.40	392	270	72.1	39.5
slpr-a-04	0.06	0.00	0.06	139604.00	9.97	1244	483	151.6	105.0
slpr-a-05	0.28	0.02	0.30	234674.00	15.75	1450	645	249.8	159.6
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15219.00	2.59	257	163	54.8	37.7
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29866.00	4.23	340	297	82.5	44.1
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	84615.00	8.68	776	447	80.1	55.7
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	146006.00	15.03	1404	572	218.8	131.2
slpr-b-05	0.31	0.02	0.33	250594.00	19.42	2135	690	240.7	150.4
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18783.00	0.77	251	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37340.00	2.75	248	240	51.1	36.9
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	120224.00	8.20	1154	453	138.5	108.3
slpr-c-04	0.19	0.02	0.21	180018.00	6.87	984	571	62.9	60.0
slpr-c-05	0.50	0.02	0.52	279311.00	8.31	1505	662	88.7	72.9
Mín.	0.00	0.00	0.00	13698.00	0.77	248.0	127.0	27.6	23.8
Máx.	0.50	0.02	0.52	279311.00	19.42	2135.0	690.0	249.8	159.6
Méd.	0.10	0.01	0.11	110594.00	7.58	868.9	402.9	108.4	72.8

Tabela B.15: Tempos e critérios de avaliação com S2211, S2212 e S2213 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S2211									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13710.00	1.68	368	124	48.1	26.0
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29192.00	4.06	48	280	55.8	35.7
slpr-a-03	0.00	0.02	0.02	78574.00	3.23	234	244	71.5	39.2
slpr-a-04	0.00	0.02	0.02	138041.00	8.74	339	483	145.6	103.7
slpr-a-05	0.02	0.02	0.04	231435.00	14.16	777	678	243.9	160.2
slpr-b-01	0.02	0.00	0.02	15061.00	1.52	295	163	52.8	34.3
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29724.00	3.73	144	301	82.4	43.8
slpr-b-03	0.00	0.00	0.00	83814.00	7.65	535	386	73.6	47.8
slpr-b-04	0.00	0.02	0.02	143388.00	12.96	1101	590	212.5	134.6
slpr-b-05	0.00	0.03	0.03	243339.00	15.96	983	702	230.3	153.7
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18798.00	0.85	224	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	36952.00	1.69	186	255	51.1	36.7
slpr-c-03	0.00	0.02	0.02	117953.00	6.15	592	465	139.6	107.8
slpr-c-04	0.02	0.03	0.05	177943.00	5.64	764	551	60.7	56.8
slpr-c-05	0.02	0.03	0.05	275876.00	6.97	1387	670	85.1	70.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	13710.00	0.85	48.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.02	0.03	0.05	275876.00	15.96	1387.0	702.0	243.9	160.2
Méd.	0.01	0.01	0.02	108920.00	6.33	531.8	401.3	105.4	71.6
S2212									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13777.00	2.17	339	124	48.1	26.0
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29833.00	6.35	403	280	55.8	35.7
slpr-a-03	0.00	0.02	0.02	80189.00	5.35	330	244	71.5	39.2
slpr-a-04	0.00	0.00	0.00	142464.00	12.22	463	483	145.6	103.7
slpr-a-05	0.00	0.02	0.02	242792.00	19.76	1627	678	243.9	160.2
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15200.00	2.46	434	163	52.8	34.3
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	30164.00	5.27	194	301	82.4	43.8
slpr-b-03	0.00	0.00	0.00	84950.00	9.11	220	386	73.6	47.8
slpr-b-04	0.02	0.00	0.02	150492.00	18.56	704	590	212.5	134.6
slpr-b-05	0.02	0.00	0.02	258559.00	23.22	1470	702	230.3	153.7
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18765.00	0.68	255	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37033.00	1.91	265	255	51.1	36.7
slpr-c-03	0.00	0.00	0.00	120914.00	8.82	680	465	139.6	107.8
slpr-c-04	0.00	0.02	0.02	179124.00	6.34	566	551	60.7	56.8
slpr-c-05	0.02	0.00	0.02	279632.00	8.43	750	670	85.1	70.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	13777.00	0.68	194.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.02	0.02	0.02	279632.00	23.22	1627.0	702.0	243.9	160.2
Méd.	0.00	0.00	0.01	112259.20	8.71	580.0	401.3	105.4	71.6
S2213									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13777.00	2.17	339	124	48.1	26.0
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29729.00	5.98	345	280	55.8	35.7
slpr-a-03	0.00	0.02	0.02	80071.00	5.20	455	244	71.5	39.2
slpr-a-04	0.00	0.00	0.00	142601.00	12.33	628	483	145.6	103.7
slpr-a-05	0.00	0.02	0.02	241345.00	19.04	1155	678	243.9	160.2
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	15236.00	2.70	398	163	52.8	34.3
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	29933.00	4.46	145	301	82.4	43.8
slpr-b-03	0.00	0.02	0.02	84866.00	9.00	540	386	73.6	47.8
slpr-b-04	0.00	0.00	0.00	148018.00	16.61	1001	590	212.5	134.6
slpr-b-05	0.02	0.02	0.04	255387.00	21.71	2566	702	230.3	153.7
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18783.00	0.77	251	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37260.00	2.53	192	255	51.1	36.7
slpr-c-03	0.00	0.00	0.00	120517.00	8.46	1029	465	139.6	107.8
slpr-c-04	0.02	0.00	0.02	180308.00	7.05	635	551	60.7	56.8
slpr-c-05	0.02	0.00	0.02	279577.00	8.41	1059	670	85.1	70.2
Mín.	0.00	0.00	0.00	13777.00	0.77	145.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.02	0.02	0.04	279577.00	21.71	2566.0	702.0	243.9	160.2
Méd.	0.01	0.01	0.01	111827.20	8.43	715.9	401.3	105.4	71.6

Tabela B.16: Tempos e critérios de avaliação com S2221, S2222 e S2223 – *slpr*

Instância	Tempo			Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
	Fase 1	Fase 2	Total					M_μ	M_σ
S2221									
slpr-a-01	0.02	0.00	0.02	13736.00	1.87	14	124	48.2	26.3
slpr-a-02	0.02	0.00	0.02	29057.00	3.58	155	280	58.1	39.1
slpr-a-03	0.02	0.02	0.04	78517.00	3.16	555	395	72.6	40.9
slpr-a-04	0.06	0.02	0.08	136769.00	7.74	333	485	151.4	105.3
slpr-a-05	0.28	0.03	0.31	227948.00	12.44	796	643	249.7	159.1
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	14992.00	1.06	224	194	53.9	35.1
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29824.00	4.08	32	301	82.8	44.6
slpr-b-03	0.03	0.02	0.05	83781.00	7.61	964	469	80.3	55.8
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	142190.00	12.02	978	576	219.4	131.9
slpr-b-05	0.31	0.03	0.34	241851.00	15.25	793	692	240.8	150.5
slpr-c-01	0.00	0.00	0.00	18798.00	0.85	224	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	36910.00	1.57	104	257	50.9	36.1
slpr-c-03	0.05	0.02	0.07	116987.00	5.28	768	486	139.5	107.7
slpr-c-04	0.19	0.03	0.22	177619.00	5.45	812	572	62.7	59.7
slpr-c-05	0.50	0.03	0.53	275667.00	6.89	1017	648	87.9	71.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13736.00	0.85	14.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.50	0.03	0.53	275667.00	15.25	1017.0	692.0	249.7	159.1
Méd.	0.11	0.01	0.12	108309.73	5.92	517.9	416.6	108.4	72.5
S2222									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13672.00	1.39	58	124	48.2	26.3
slpr-a-02	0.00	0.02	0.02	29927.00	6.68	277	280	58.1	39.1
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79862.00	4.92	689	395	72.6	40.9
slpr-a-04	0.08	0.00	0.08	140557.00	10.72	487	485	151.4	105.3
slpr-a-05	0.28	0.00	0.28	239150.00	17.96	821	643	249.7	159.1
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	14868.00	0.22	184	194	53.9	35.1
slpr-b-02	0.02	0.00	0.02	30440.00	6.23	572	301	82.8	44.6
slpr-b-03	0.03	0.00	0.03	84514.00	8.55	829	469	80.3	55.8
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	147907.00	16.52	721	576	219.4	131.9
slpr-b-05	0.31	0.00	0.31	254636.00	21.35	982	692	240.8	150.5
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18765.00	0.68	255	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.02	0.00	0.02	37058.00	1.98	308	257	50.9	36.1
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	120149.00	8.13	1047	486	139.5	107.7
slpr-c-04	0.19	0.00	0.19	178718.00	6.10	792	572	62.7	59.7
slpr-c-05	0.52	0.00	0.52	279987.00	8.57	804	648	87.9	71.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13672.00	0.22	58.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.52	0.02	0.52	279987.00	21.35	1047.0	692.0	249.7	159.1
Méd.	0.11	0.00	0.11	111347.33	8.00	588.4	416.6	108.4	72.5
S2223									
slpr-a-01	0.00	0.00	0.00	13699.00	1.59	85	124	48.2	26.3
slpr-a-02	0.00	0.00	0.00	29420.00	4.88	424	280	58.1	39.1
slpr-a-03	0.02	0.00	0.02	79545.00	4.51	660	395	72.6	40.9
slpr-a-04	0.06	0.00	0.06	140039.00	10.31	789	485	151.4	105.3
slpr-a-05	0.28	0.00	0.28	235220.00	16.02	1234	643	249.7	159.1
slpr-b-01	0.00	0.00	0.00	14904.00	0.47	148	194	53.9	35.1
slpr-b-02	0.00	0.00	0.00	29864.00	4.22	102	301	82.8	44.6
slpr-b-03	0.02	0.02	0.04	84455.00	8.47	733	469	80.3	55.8
slpr-b-04	0.08	0.00	0.08	145857.00	14.91	990	576	219.4	131.9
slpr-b-05	0.31	0.00	0.31	250325.00	19.29	1473	692	240.8	150.5
slpr-c-01	0.02	0.00	0.02	18783.00	0.77	251	127	27.6	23.8
slpr-c-02	0.00	0.00	0.00	37018.00	1.87	266	257	50.9	36.1
slpr-c-03	0.05	0.00	0.05	119667.00	7.69	1385	486	139.5	107.7
slpr-c-04	0.19	0.00	0.19	179978.00	6.85	1078	572	62.7	59.7
slpr-c-05	0.50	0.00	0.50	279735.00	8.47	1173	648	87.9	71.5
Mín.	0.00	0.00	0.00	13699.00	0.47	85.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.50	0.02	0.50	279735.00	19.29	1473.0	692.0	249.7	159.1
Méd.	0.10	0.00	0.10	110567.27	7.36	719.4	416.6	108.4	72.5

B.3 BIH

Tabela B.17: Tempos e critérios de avaliação com B11 e B12 – *slpr*

Instância	Tempo	Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
						M_μ	M_σ
B11							
slpr-a-01	0.00	13745	1.9	145	131	43.4	23.0
slpr-a-02	0.00	29743	6.0	97	265	82.1	41.1
slpr-a-03	0.02	80078	5.2	396	304	83.1	38.8
slpr-a-04	0.02	137331	8.2	518	399	72.7	56.7
slpr-a-05	0.03	224716	10.8	508	573	71.4	49.6
slpr-b-01	0.00	15207	2.5	107	194	59.7	41.5
slpr-b-02	0.02	30241	5.5	141	284	106.3	45.2
slpr-b-03	0.02	84097	8.0	235	349	86.5	47.5
slpr-b-04	0.02	140741	10.9	412	422	81.8	42.3
slpr-b-05	0.03	242047	15.3	504	584	104.2	71.0
slpr-c-01	0.00	19014	2.0	108	122	40.8	25.0
slpr-c-02	0.02	37458	3.1	262	258	75.9	40.2
slpr-c-03	0.00	118021	6.2	496	368	63.1	47.3
slpr-c-04	0.02	178225	5.8	730	428	60.2	45.6
slpr-c-05	0.03	276827	7.3	318	566	59.2	54.6
Mín.	0.00	13745.0	1.9	97.0	122.0	40.8	23.0
Máx.	0.03	276827.0	15.3	730.0	584.0	106.3	71.0
Méd.	0.02	108499.4	6.6	331.8	349.8	72.7	44.6
B12							
slpr-a-01	0.00	13634	1.1	10	124	45.3	25.2
slpr-a-02	0.00	29552	5.3	204	269	82.8	42.4
slpr-a-03	0.03	78946	3.7	85	241	83.6	38.2
slpr-a-04	0.08	136402	7.4	335	447	74.1	59.8
slpr-a-05	0.30	222340	9.7	395	459	71.9	48.4
slpr-b-01	0.00	14949	0.8	373	194	61.0	40.2
slpr-b-02	0.00	30280	5.7	128	303	107.3	46.2
slpr-b-03	0.03	83894	7.8	330	445	93.8	61.7
slpr-b-04	0.09	141413	11.4	456	492	85.5	44.8
slpr-b-05	0.33	240627	14.7	432	589	115.2	74.5
slpr-c-01	0.02	19001	1.9	199	122	40.9	25.4
slpr-c-02	0.02	37911	4.3	223	258	76.4	40.9
slpr-c-03	0.06	118132	6.3	741	399	64.3	48.8
slpr-c-04	0.20	177629	5.5	646	338	58.1	39.9
slpr-c-05	0.55	276023	7.0	879	566	56.9	49.2
Mín.	0.00	13634.0	0.8	10.0	122.0	40.9	25.2
Máx.	0.55	276023.0	14.7	879.0	589.0	115.2	74.5
Méd.	0.11	108048.9	6.2	362.4	349.7	74.5	45.7

Tabela B.18: Tempos e critérios de avaliação com B21 e B22 – *slpr*

Instância	Tempo	Custo	Gap (%)	Imbal	Diam	Med. dispersão	
						M_μ	M_σ
B21							
lpr-a-01	0.00	13764	2.1	260	124	48.1	26.0
lpr-a-02	0.00	29822	6.3	224	280	55.8	35.7
lpr-a-03	0.02	79866	4.9	198	244	71.5	39.2
lpr-a-04	0.02	140249	10.5	176	483	145.6	103.7
lpr-a-05	0.03	239729	18.2	451	678	243.9	160.2
lpr-b-01	0.00	14997	1.1	231	163	52.8	34.3
lpr-b-02	0.02	30914	7.9	34	301	82.4	43.8
lpr-b-03	0.02	84378	8.4	307	386	73.6	47.8
lpr-b-04	0.02	147141	15.9	316	590	212.5	134.6
lpr-b-05	0.03	249478	18.9	441	702	230.3	153.7
lpr-c-01	0.02	18878	1.3	284	127	27.6	23.8
lpr-c-02	0.02	37553	3.3	11	255	51.1	36.7
lpr-c-03	0.02	119868	7.9	408	465	139.6	107.8
lpr-c-04	0.02	179539	6.6	494	551	60.7	56.8
lpr-c-05	0.03	279140	8.2	616	670	85.1	70.2
Mín.	0.00	13764.0	1.1	11.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.03	279140.0	18.9	616.0	702.0	243.9	160.2
Méd.	0.02	111021.1	8.1	296.7	401.3	105.4	71.6
B22							
lpr-a-01	0.02	13600	0.9	64	124	48.2	26.3
lpr-a-02	0.02	29792	6.2	38	280	58.1	39.1
lpr-a-03	0.03	79337	4.2	228	395	72.6	40.9
lpr-a-04	0.08	137472	8.3	260	485	151.4	105.3
lpr-a-05	0.31	234235	15.5	467	643	249.7	159.1
lpr-b-01	0.00	14871	0.2	115	194	53.9	35.1
lpr-b-02	0.00	30415	6.1	151	301	82.8	44.6
lpr-b-03	0.03	83923	7.8	328	469	80.3	55.8
lpr-b-04	0.08	145155	14.4	386	576	219.4	131.9
lpr-b-05	0.34	246587	17.5	270	692	240.8	150.5
lpr-c-01	0.00	18878	1.3	284	127	27.6	23.8
lpr-c-02	0.00	37505	3.2	83	257	50.9	36.1
lpr-c-03	0.06	118556	6.7	451	486	139.5	107.7
lpr-c-04	0.20	178954	6.2	462	572	62.7	59.7
lpr-c-05	0.53	279027	8.2	636	648	87.9	71.5
Mín.	0.00	13600.0	0.2	38.0	124.0	27.6	23.8
Máx.	0.53	279027.0	17.5	636.0	692.0	249.7	159.1
Méd.	0.11	109887.1	7.1	281.5	416.6	108.4	72.5

Referências Bibliográficas

- Amponsah, S. K. e Salhi, S. (2004). The investigation of a class of capacitated arc routing problems: the collection of garbage in developing countries, *Waste Management* **24**(7): 711–721.
- Assad, A. A. e Golden, B. L. (1995). Arc routing methods and applications, in M. O. Ball, T. L. Magnanti, C. L. Monma e G. L. Nemhauser (eds), *Network Routing*, Vol. 8 of *Handbooks in Operations Research and Management Science*, North-Holland, Amsterdam, pp. 375–483.
- Bação, F., Lobo, V. e Painho, M. (2005). Applying genetic algorithms to zone design, *Soft Computing* **9**(5): 341–348.
- Bautista, J., Fernandez, E. e Pereira, J. (2008). Solving an urban waste collection problem using ants heuristics, *Computers & Operations Research* **35**(9): 3020–3033.
- Belenguer, J. M. (1990). *The capacitated arc-routing problem polyhedron (in Spanish)*, PhD thesis, University of Valencia, Spain.
- Belenguer, J. M. e Benavent, E. (1998a). The capacitated arc routing problem: valid inequalities and facets, *Computational Optimization and Applications* **10**(2): 165–187.
- Belenguer, J. M. e Benavent, E. (1998b). A cutting-plane algorithm for the capacitated arc routing problem, *Working paper*, Dept. of Stats and OR, University of Valencia, Spain.

- Belenguer, J. M. e Benavent, E. (2003). A cutting plane algorithm for the capacitated arc routing problem, *Computers & Operations Research* **30**(5): 705–728.
- Belenguer, J. M., Benavent, E., Lacomme, P. e Prins, C. (2006). Lower and upper bounds for the mixed capacitated arc routing problem, *Computers & Operations Research* **33**(12): 3363–3383.
- Beltrami, E. e Bodin, L. (1974). Networks and vehicle routing for municipal waste collection, *Networks* **4**(1): 65–94.
- Benavent, E., Campos, V., Corberan, A. e Mota, E. (1990). The capacitated arc routing problem: a heuristic algorithm, *Qüestió* **14**(1-3): 107–122.
- Benavent, E., Campos, V., Corberan, A. e Mota, E. (1992). The capacitated arc routing problem – lower bounds, *Networks* **22**(7): 669–690.
- Bergey, P. K., Ragsdale, C. T. e Hoskote, M. (2003a). A decision support system for the electrical power districting problem, *Decision Support Systems* **36**(1): 1–17.
- Bergey, P. K., Ragsdale, C. T. e Hoskote, M. (2003b). A simulated annealing genetic algorithm for the electrical power districting problem, *Annals of Operations Research* **121**(1-4): 33–55.
- Beullens, P., Muyldermans, L., Cattrysse, D. e Van Oudheusden, D. (2003). A guided local search heuristic for the capacitated arc routing problem, *European Journal of Operational Research* **147**(3): 629–643.
- Blais, M., Lapierre, S. D. e Laporte, G. (2003). Solving a home-care districting problem in an urban setting, *Journal of the Operational Research Society* **54**(11): 1141–1147.
- Bodin, L. e Levy, L. (1991). The arc partitioning problem, *European Journal of Operational Research* **53**(3): 393–401.
- Bozkaya, B., Erkut, E. e Laporte, G. (2003). A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting, *European Journal of Operational Research* **144**(1): 12–26.

- Caro, F., Shirabe, T., Guignard, M. e Weintraub, A. (2004). School redistricting: embedding GIS tools with integer programming, *Journal of the Operational Research Society* **55**(8): 836–849.
- Cattrysse, D., Van Oudheusden, D. e Lotan, T. (1997). The problem of efficient districting, *OR Insight* **10**(4): 9–13.
- Chapleau, L., Ferland, J. A., Lapalme, G. e Rousseau, J. M. (1984). A parallel insert method for the capacitated arc routing problem, *Operations Research Letters* **3**(2): 95–99.
- Chou, C. I. e Li, S. P. (2006). Taming the gerrymander - statistical physics approach to political districting problem, *Physica A-Statistical Mechanics and its Applications* **369**(2): 799–808.
- Christofides, N. (1973). The optimum traversal of a graph, *Omega* **1**(6): 719–732.
- Cockings, S. e Martin, D. (2005). Zone design for environment and health studies using pre-aggregated data, *Social Science & Medicine* **60**(12): 2729–2742.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L. e Stein, C. (2001). *Introduction to Algorithms*, 2nd edn, The MIT Press, Cambridge, MA.
- D’Amico, S. J., Wang, S. J., Batta, R. e Rump, C. M. (2002). A simulated annealing approach to police district design, *Computers & Operations Research* **29**(6): 667–684.
- Del Pia, A. e Filippi, C. (2006). A variable neighborhood descent algorithm for a real waste collection problem with mobile depots, *International Transactions in Operational Research* **13**(2): 125–141.
- Drexler, A. e Haase, K. (1999). Fast approximation methods for sales force deployment, *Management Science* **45**(10): 1307–1323.
- Dror, M. (ed.) (2000). *Arc Routing: Theory, Solutions and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

- Edmonds, J. e Johnson, E. L. (1973). Matching, Euler tours and the chinese postman, *Mathematical Programming* **5**(1): 88–124.
- Eglese, R. W. (1994). Routeing winter gritting vehicles, *Discrete Applied Mathematics* **48**(3): 231–244.
- Eiselt, H. A., Gendreau, M. e Laporte, G. (1995a). Arc routing-problems, Part I: The chinese postman problem, *Operations Research* **43**(2): 231–242.
- Eiselt, H. A., Gendreau, M. e Laporte, G. (1995b). Arc routing-problems, Part II: The rural postman problem, *Operations Research* **43**(3): 399–414.
- Ferland, J. A. e Guenette, G. (1990). Decision support system for the school districting problem, *Operations Research* **38**(1): 15–21.
- Fleischmann, B. e Paraschis, J. N. (1988). Solving a large-scale districting problem - a case-report, *Computers & Operations Research* **15**(6): 521–533.
- Galvão, L. C., Novaes, A. G. N., de Cursi, J. E. S. e Souza, J. C. (2006). A multiplicatively-weighted voronoi diagram approach to logistics districting, *Computers & Operations Research* **33**(1): 93–114.
- Garey, M. R. e Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman.
- Garfinkel, R. S. e Nemhauser, G. L. (1970). Optimal political districting by implicit enumeration techniques, *Management Science Series B-Application* **16**(8): B495–B508.
- George, J. A., Lamar, B. W. e Wallace, C. A. (1997). Political district determination using large-scale network optimization, *Socio-Economic Planning Sciences* **31**(1): 11–28.
- Ghiani, G., Guerriero, F., Improta, G. e Musmanno, R. (2005). Waste collection in Southern Italy: solution of a real-life arc routing problem, *International Transactions in Operational Research* **12**(2): 135–144.

- Ghiani, G. e Laporte, G. (2001). Location-arc routing problems, *OPSEARCH* **38**(2): 151–159.
- Golden, B. L., DeArmon, J. S. e Baker, E. K. (1983). Computational experiments with algorithms for a class of routing-problems, *Computers & Operations Research* **10**(1): 47–59.
- Golden, B. L. e Wong, R. T. (1981). Capacitated arc routing problems, *Networks* **11**(3): 305–315.
- Gouveia, L., Mourão, M. C. e Pinto, L. S. (2009). Lower bounds for the mixed capacitated arc routing problem, *Working Paper 5*, Centro de Investigação Operacional, Universidade de Lisboa, Portugal.
- Grilli di Cortona, P., Manzi, C., Pennisi, A., Ricca, F. e Simeone, B. (1999). *Evaluation and Optimization of Electoral Systems*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia.
- Hanafi, S., Freville, A. e Vaca, P. (1999). Municipal solid waste collection: An effective data structure for solving the sectorization problem with local search methods, *Infor* **37**(3): 236–254.
- Haugland, D., Ho, S. C. e Laporte, G. (2007). Designing delivery districts for the vehicle routing problem with stochastic demands, *European Journal of Operational Research* **180**(3): 997–1010.
- Helbig, R. E., Roediger, R. R. e Orr, P. K. (1972). Political redistricting by computer, *Communications of the ACM* **15**(8): 735–741.
- Hertz, A., Laporte, G. e Mittaz, M. (2000). A tabu search heuristic for the capacitated arc routing problem, *Operations Research* **48**(1): 129–135.
- Hess, S. W. e Samuels, S. A. (1971). Experiences with a sales districting model – criteria and implementation, *Management Science Series B-Application* **18**(4): 41–54.

- Hess, S. W., Weaver, J. B., Siegfeldt, J. N., Whelan, J. N. e Zitlau, P. A. (1965). Nonpartisan political redistricting by computer, *Operations Research* **13**(6): 998–1006.
- Hojati, M. (1996). Optimal political districting, *Computers & Operations Research* **23**(12): 1147–1161.
- Kandula, P. e Wright, J. R. (1995). Optimal design of maintenance districts, *Transportation Research Record* **1509**: 6–14.
- Kandula, P. e Wright, J. R. (1997). Designing network partitions to improve maintenance routing, *Journal of Infrastructure Systems* **3**(4): 160–168.
- Karp, R. (1972). Reducibility among combinatorial problems, in R. E. Miller e J. W. Thatcher (eds), *Complexity of Computer Computations*, Plenum Press, pp. 85–103.
- Kim, B. I., Kim, S. e Sahoo, S. (2006). Waste collection vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research* **33**(12): 3624–3642.
- Labelle, A., Langevin, A. e Campbell, J. F. (2002). Sector design for snow removal and disposal in urban areas, *Socio-Economic Planning Sciences* **36**(3): 183–202.
- Lacomme, P., Prins, C. e Ramdane-Chérif, W. (2001). A genetic algorithm for the capacitated arc routing problem and its extensions, in E. Boers e et al. (eds), *Applications of Evolutionary Computing*, Vol. 2037 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, pp. 473–483.
- Lacomme, P., Prins, C. e Ramdane-Cherif, W. (2004). Competitive memetic algorithms for arc routing problems, *Annals of Operations Research* **131**(1-4): 159–185.
- Langevin, A. e Soumis, F. (1989). Design of multiple-vehicle delivery tours satisfying time constraints, *Transportation Research Part B-Methodological* **23**(2): 123–138.
- Lenstra, J. K. e Rinnooy Kan, A. H. G. (1976). On general routing problems, *Networks* **6**(3): 273–280.

- Letchford, A. N. (1997). *Polyhedral results for some constrained arc-routing problems*, PhD thesis, Lancaster University, UK.
- Levy, L. e Bodin, L. (1989). The arc oriented location routing problem, *INFOR* **27**(1): 74–94.
- Li, L. Y. O. (1992). *Vehicle Routing for Winter Gritting*, PhD thesis, Lancaster University, UK.
- Liggett, R. S. (1973). Application of an implicit enumeration algorithm to school desegregation problem, *Management Science Series B-Application* **20**(2): 159–168.
- Lin, H. Y. e Kao, J. J. (2008). Subregion districting analysis for municipal solid waste collection privatization, *Journal of the Air & Waste Management Association* **58**: 104–111.
- Male, J. W. e Liebman, J. C. (1978). Districting and routing for solid-waste collection, *Journal of the Environmental Engineering Division-ASCE* **104**(1): 1–14.
- Martello, S. e Toth, P. (1990). *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*, revised edn, John Wiley & Sons Inc.
- Mehrotra, A., Johnson, E. L. e Nemhauser, G. L. (1998). An optimization based heuristic for political districting, *Management Science* **44**(8): 1100–1114.
- Minciardi, R., Puliafito, P. P. e Zoppoli, R. (1981). A districting procedure for social organizations, *European Journal of Operational Research* **8**(1): 47–57.
- Mourgaya, M. e Vanderbeck, F. (2007). Column generation based heuristic for tactical planning in multi-period vehicle routing, *European Journal of Operational Research* **183**(3): 1028–1041.
- Mourão, M. C. (1997). *Optimização de Rotas na Recolha de Resíduos Urbanos*, PhD thesis, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal.

- Mourão, M. C. e Almeida, M. T. (2000). Lower-bounding and heuristic methods for a refuse collection vehicle routing problem, *European Journal of Operational Research* **121**(2): 420–434.
- Mourão, M. C. e Amado, L. (2005). Heuristic method for a mixed capacitated arc routing problem: A refuse collection application, *European Journal of Operational Research* **160**(1): 139–153.
- Mourão, M. C., Nunes, A. C. e Prins, C. (2009). Heuristic methods for the sectoring arc routing problem, *European Journal of Operational Research* **196**(3): 856–868.
- Muyldermans, L. (2003). *Routing, Districting and Location for Arc Traversal Problems*, PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- Muyldermans, L., Cattrysse, D. e Van Oudheusden, D. (2003). District design for arc-routing applications, *Journal of the Operational Research Society* **54**(11): 1209–1221.
- Muyldermans, L., Cattrysse, D., Van Oudheusden, D. e Lotan, T. (2002). Districting for salt spreading operations, *European Journal of Operational Research* **139**(3): 521–532.
- Novaes, A. G. N., de Cursi, J. E. S. e Graciolli, O. D. (2000). A continuous approach to the design of physical distribution systems, *Computers & Operations Research* **27**(9): 877–893.
- Novaes, A. G. N. e Graciolli, O. D. (1999). Designing multi-vehicle delivery tours in a grid-cell format, *European Journal of Operational Research* **119**(3): 613–634.
- November, S. M., Cromley, R. G. e Cromley, E. K. (1996). Multi-objective analysis of school district regionalization alternatives in Connecticut, *Professional Geographer* **48**(1): 1–14.
- Orloff, C. S. (1974). A fundamental problem in vehicle routing, *Networks* **4**(1): 35–64.
- Papadimitriou, C. H. (1976). On the complexity of edge traversing, *Journal of the ACM* **23**(3): 544–554.

- Pearn, W. L. (1991). Augment insert algorithms for the capacitated arc routing problem, *Computers & Operations Research* **18**(2): 189–198.
- Perrier, N., Langevin, A. e Campbell, J. F. (2006a). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part I: system design for spreading and plowing, *Computers & Operations Research* **33**(1): 209–238.
- Perrier, N., Langevin, A. e Campbell, J. F. (2006b). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part II: system design for snow disposal, *Computers & Operations Research* **33**(1): 239–262.
- Perrier, N., Langevin, A. e Campbell, J. F. (2007a). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part III: Vehicle routing and depot location for spreading, *Computers & Operations Research* **34**(1): 211–257.
- Perrier, N., Langevin, A. e Campbell, J. F. (2007b). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part IV: Vehicle routing and fleet sizing for plowing and snow disposal, *Computers & Operations Research* **34**(1): 258–294.
- Perrier, N., Langevin, A. e Campbell, J. F. (2008). The sector design and assignment problem for snow disposal operations, *European Journal of Operational Research* **189**(2): 508–525.
- Pezzella, F., Bonanno, R. e Nicoletti, B. (1981). A system approach to the optimal health-care districting, *European Journal of Operational Research* **8**(2): 139–146.
- Salhi, S. e Rand, G. K. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots, *European Journal of Operational Research* **39**(2): 150–156.
- Schoepfle, O. B. e Church, R. L. (1991). A new network representation of a classic school districting problem, *Socio-Economic Planning Sciences* **25**(3): 189–197.
- Segal, M. e Weinberger, D. B. (1977). Turfing, *Operations Research* **25**(3): 367–386.
- Shanker, R. J., Turner, R. E. e Zoltners, A. A. (1975). Sales territory design – integrated approach, *Management Science* **22**(3): 309–320.

- Silva Gomes, A. C. (1983). *Sur la Collecte des Ordures Ménagères: Le Problème de la Sectorisation*, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- Simchi-Levi, D. (1992). Hierarchical planning for probabilistic distribution-systems in euclidean spaces, *Management Science* **38**(2): 198–211.
- Skiera, B. e Albers, S. (1998). COSTA: Contribution optimizing sales territory alignment, *Marketing Science* **17**(3): 196–213.
- Syslo, M., Deo, N. e Kowalik, J. S. (1983). *Discrete Optimization Algorithms with Pascal Programs*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Tavares-Pereira, F., Figueira, J. R., Mousseau, V. e Roy, B. (2007). Multiple criteria districting problems - the public transportation network pricing system of the Paris region, *Annals of Operations Research* **154**(1): 69–92.
- Toobaie, S. e Haghani, A. (2004). Minimal arc partitioning problem - formulation and application in snow routing with service route continuity, *Transportation Research Record* **1882**: 167–175.
- Toth, P. e Vigo, D. (eds) (2001). *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia.
- Ulusoy, G. (1985). The fleet size and mix problem for capacitated arc routing, *European Journal of Operational Research* **22**(3): 329–337.
- Van Oudheusden, D., Cattrysse, D. e Lotan, T. (1998). On the importance of districting and its potential impact on routing, *Proceedings of the 8th World Conference on Transport Research, WTCR 8*, Antwerp, Belgium, pp. 521–531.
- Welz, S. A. (1994). *Optimal solutions for the capacitated arc routing problem using integer programming*, PhD thesis, University of Cincinnati, EUA.
- Wøhlk, S. (2008). A decade of capacitated arc routing, in B. Golden, S. Raghavan e E. Wasil (eds), *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Operations Research/Computer Science Interfaces, Springer, Berlin, pp. 29–48.

- Wolsey, L. A. (1998). *Integer Programming*, Wiley-Interscience.
- Wong, K. F. e Beasley, J. E. (1984). Vehicle-routing using fixed delivery areas, *Omega-International Journal of Management Science* **12**(6): 591–600.
- Wunderlich, J., Collette, M., Levy, L. e Bodin, L. (1992). Scheduling meter readers for southern-california-gas-company, *Interfaces* **22**(3): 22–30.
- Zografos, K. G., Androutsopoulos, K. N. e Vasilakis, G. M. (2002). A real-time decision support system for roadway network incident response logistics, *Transportation Research Part C-Emerging Technologies* **10**(1): 1–18.
- Zoltners, A. A. e Sinha, P. (1983). Sales territory alignment - a review and model, *Management Science* **29**(11): 1237–1256.
- Zoltners, A. A. e Sinha, P. (2005). Sales territory design: Thirty years of modeling and implementation, *Marketing Science* **24**(3): 313–331.